

2 Vlakke meetkunde

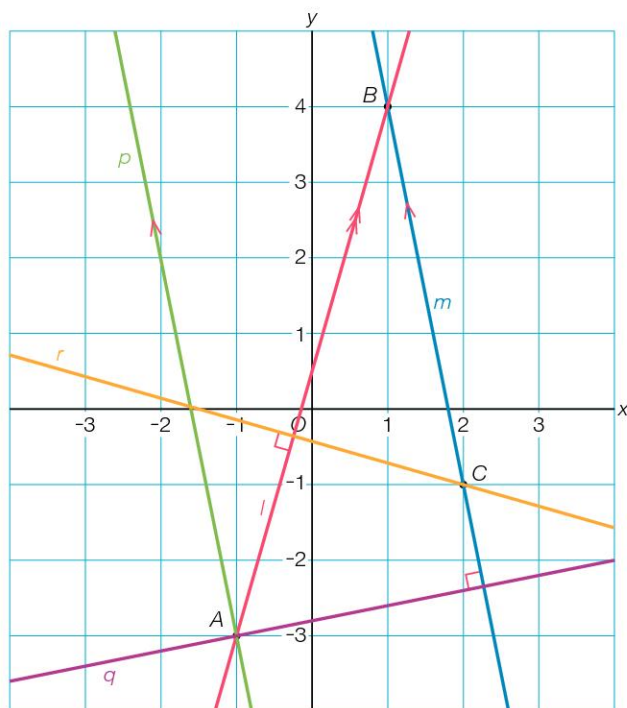
Voorkennis Oppervlakte en bijzondere lijnen

Bladzijde 48

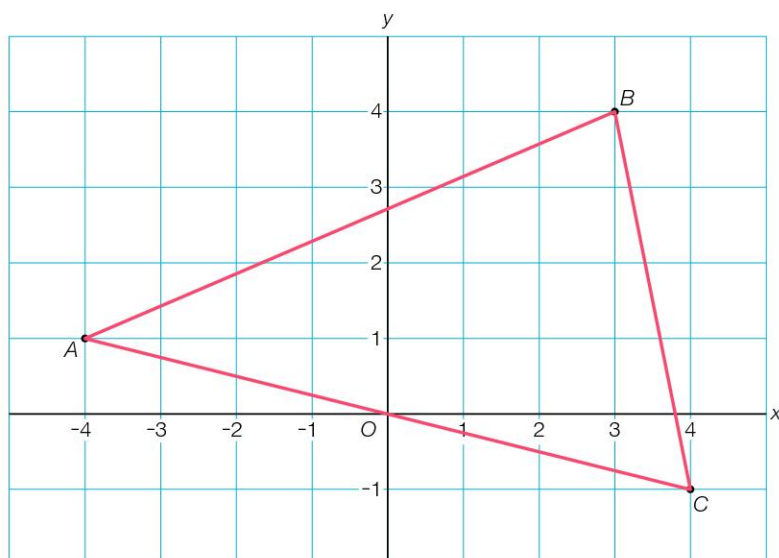
- 1 a $8 \text{ cm}^2 = 800 \text{ mm}^2$ d $70\,000 \text{ dm}^2 = 700 \text{ m}^2$ g $860 \text{ are} = 0,086 \text{ km}^2$
 b $0,58 \text{ ha} = 5800 \text{ m}^2$ e $0,003 \text{ ha} = 300\,000 \text{ cm}^2$ h $5,3 \text{ dam}^2 = 53\,000 \text{ dm}^2$
 c $75 \text{ mm}^2 = 0,75 \text{ cm}^2$ f $0,15 \text{ m}^2 = 150\,000 \text{ mm}^2$ i $250 \text{ m}^2 = 0,025 \text{ ha}$

Bladzijde 49

- 2 a,b,c,d



- 3 a



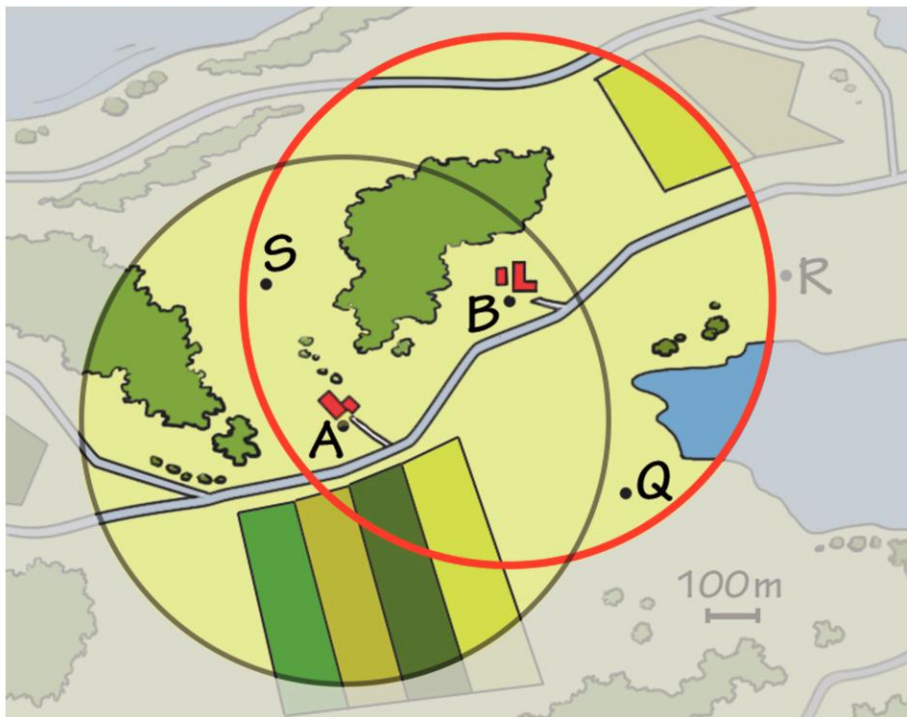
- b $\angle A = 37^\circ$
 $\angle B = 78^\circ$
 c $\angle C = 180^\circ - 37^\circ - 78^\circ = 65^\circ$ (hoekensom driehoek)
 Meten geeft ook $\angle C = 65^\circ$.

- 4 a $\text{opp } \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot 15 = 210 \text{ mm}^2$
 b $\text{opp } \triangle EFG = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 12,5 = 187,5 \text{ mm}^2$
 c $\text{opp } \triangle KMN = \frac{1}{2} \cdot 33 \cdot 20 = 330 \text{ mm}^2$
 d $\text{opp } \triangle PQS = \frac{1}{2} \cdot 27 \cdot 24 = 324 \text{ mm}^2$

2.1 Afstanden

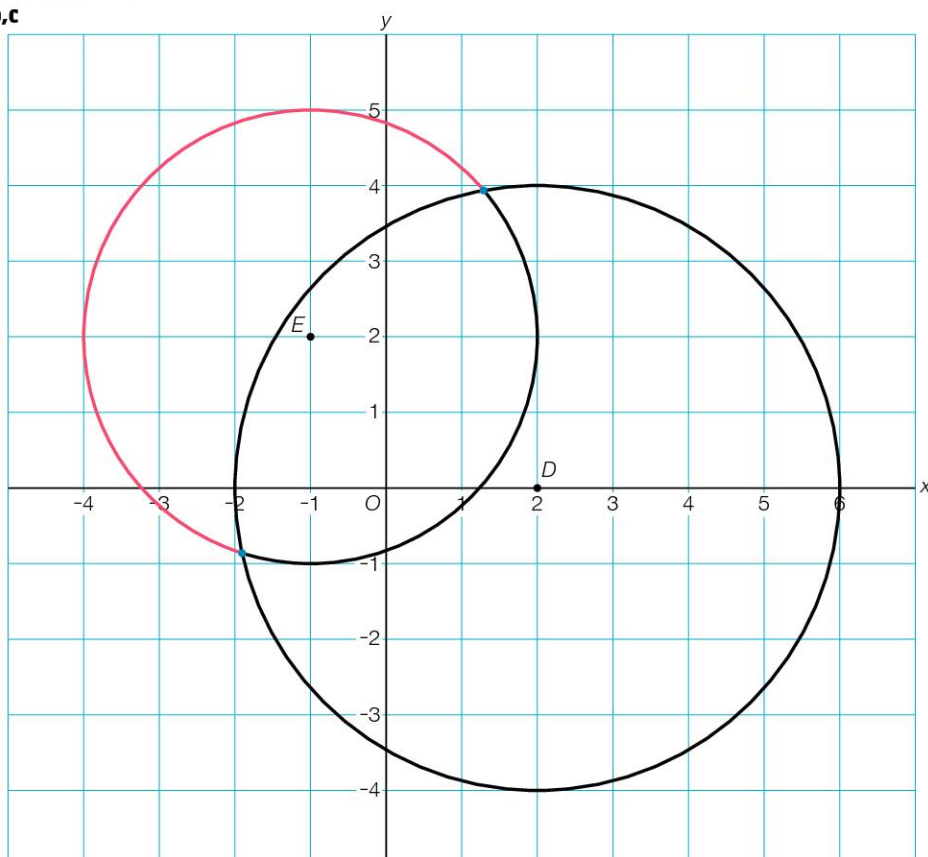
Bladzijde 50

- 1 a De windmolen mag wel in R komen, maar niet in Q en S.
 b

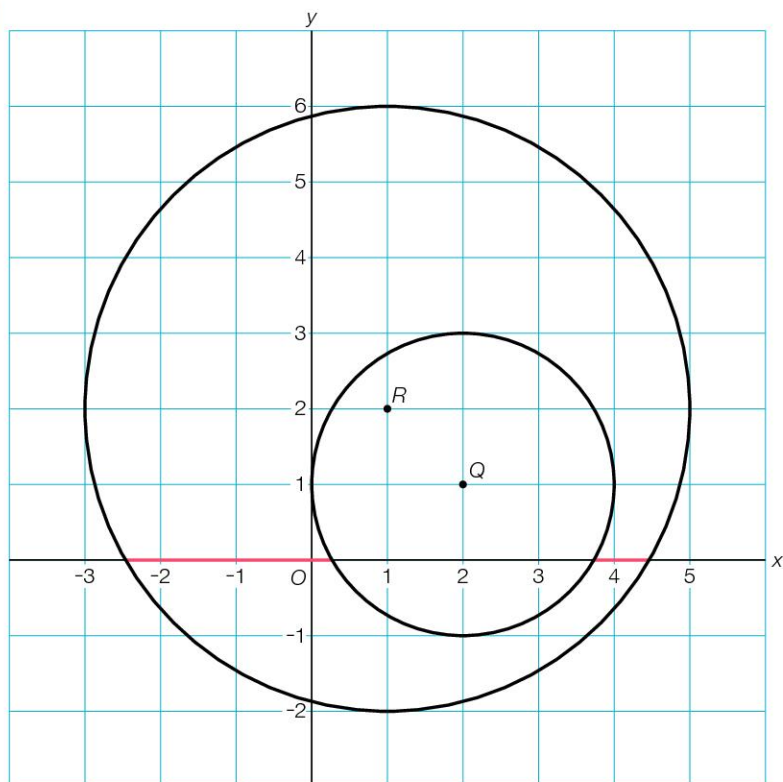


Bladzijde 51

- 2 a, b, c

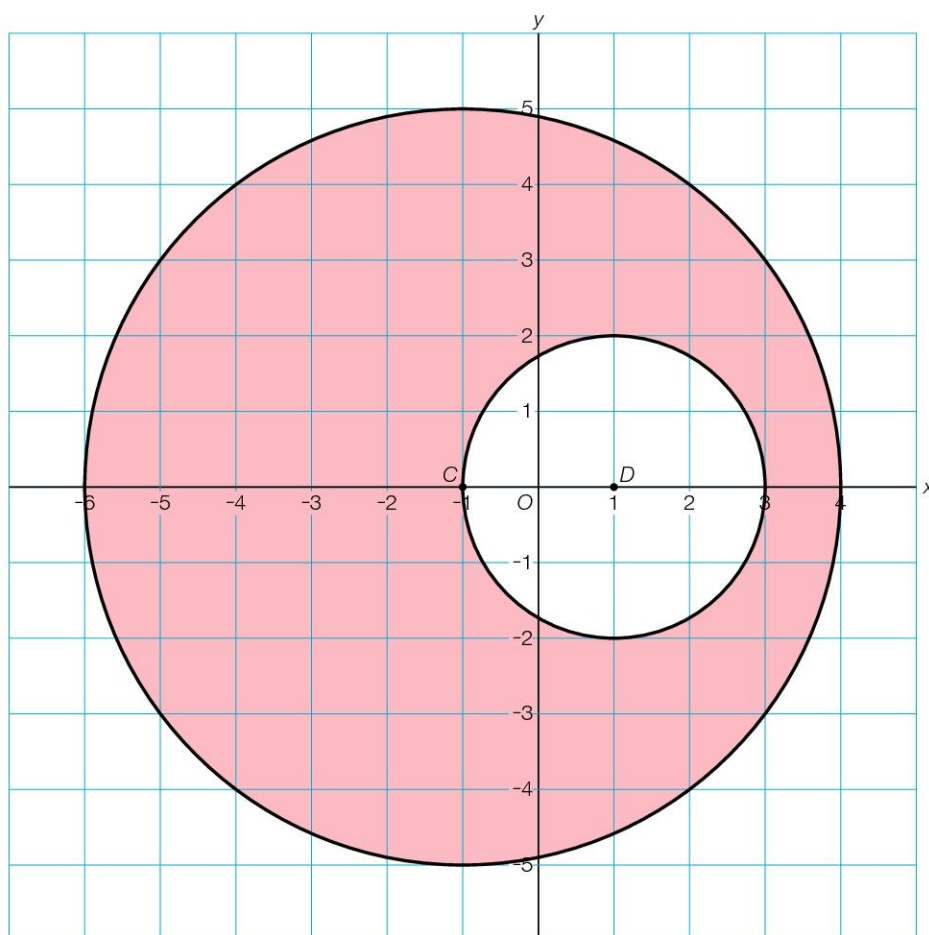


3



4

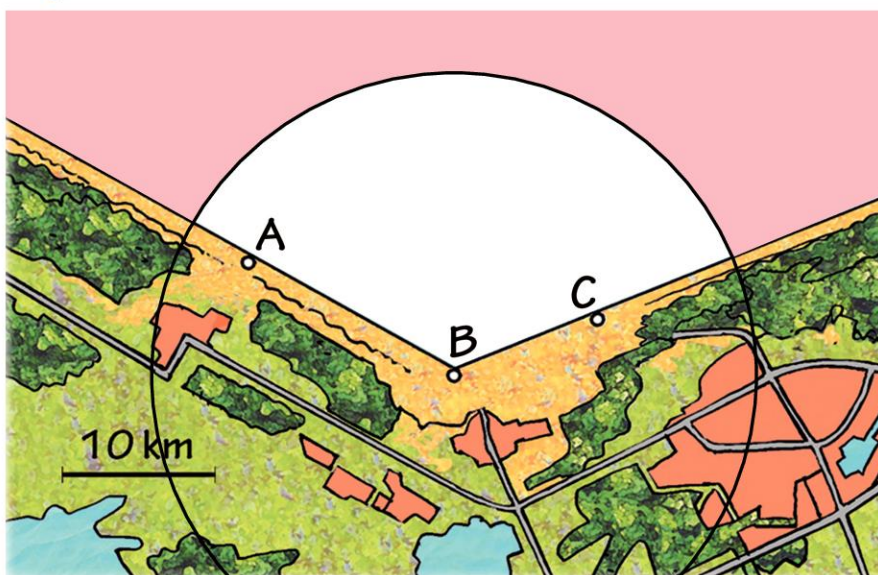
a



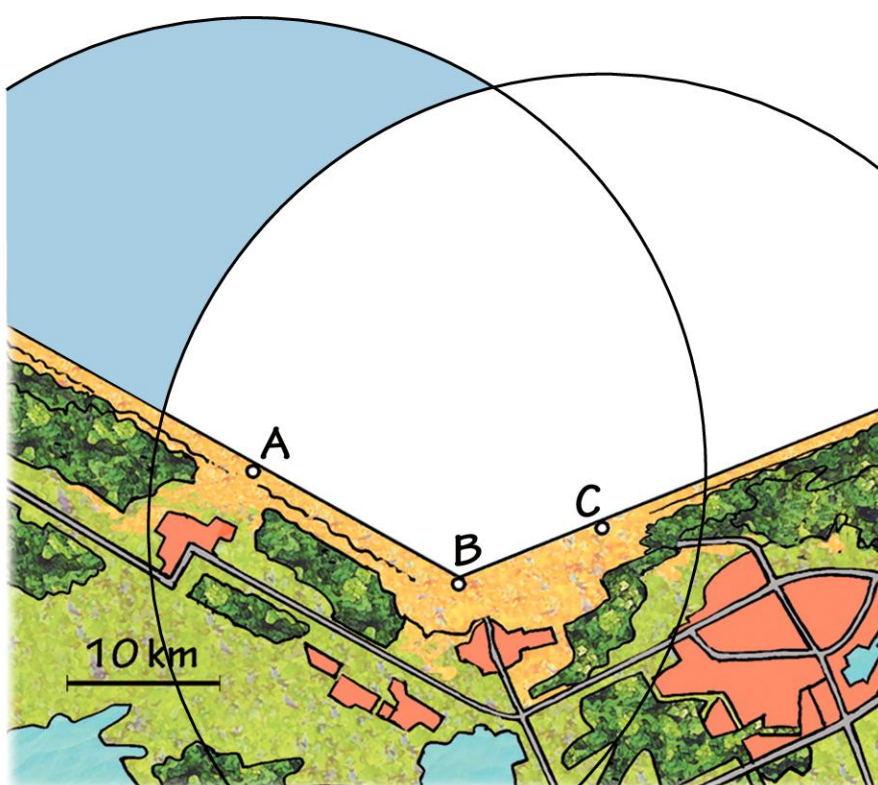
- b** Dat is de cirkel met middelpunt $C(-1, 0)$ en straal 5 cm.
- c** Die punten bestaan niet.
- d** a is kleiner dan 3.

Bladzijde 52

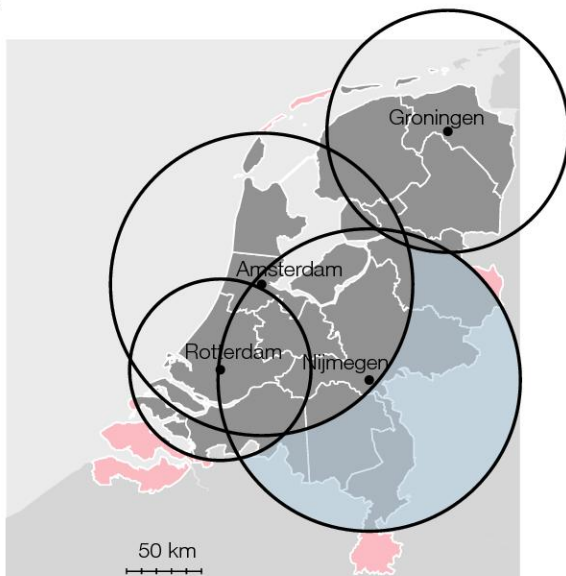
5 a



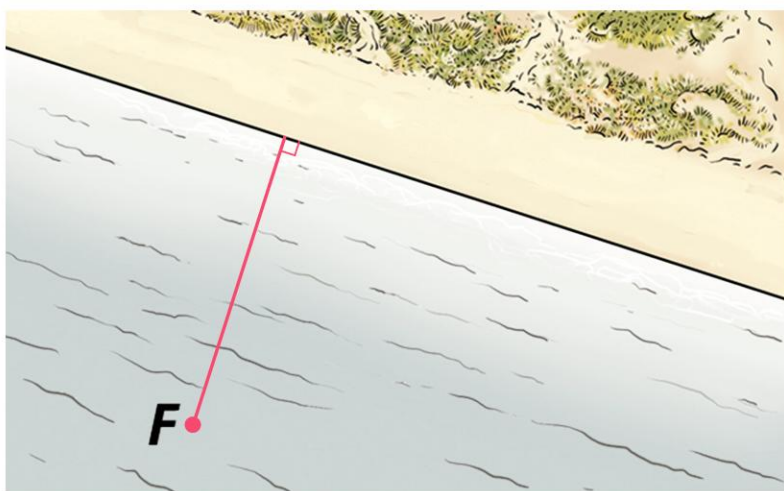
b



6 a,b



7 a



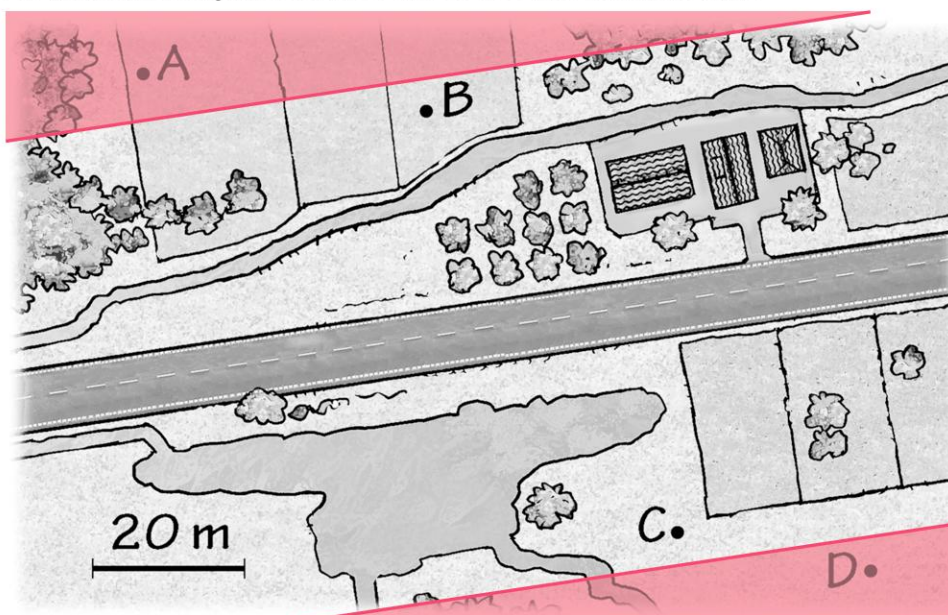
Metten in het werkboek geeft 40 mm.

De afstand die Ferry nog moet zwemmen is $40 \cdot 7500 = 300\,000$ mm, dat is 300 meter.

b De hoek tussen de route en de kustlijn is 90° .

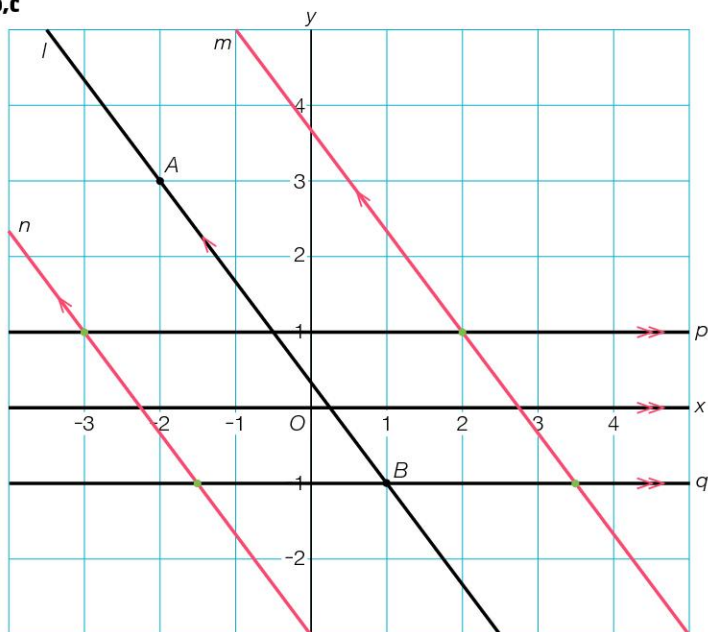
8 a De windmolen mag wel in A en D en niet in B en C komen te staan.

b

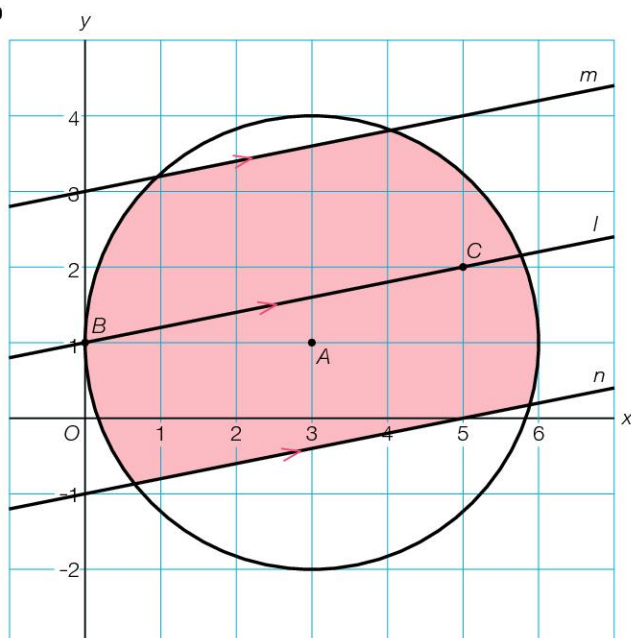


Bladzijde 53

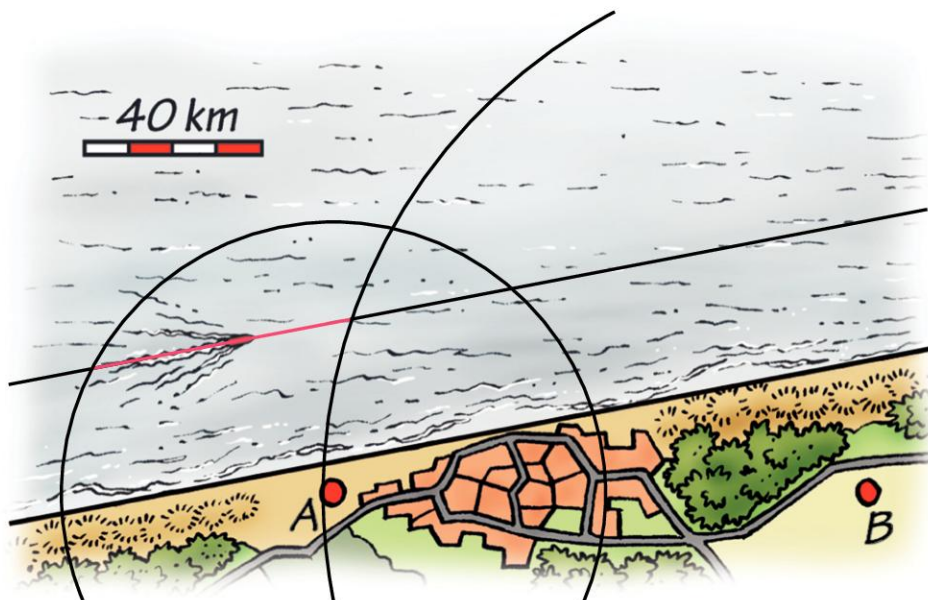
9 a,b,c



10 a,b

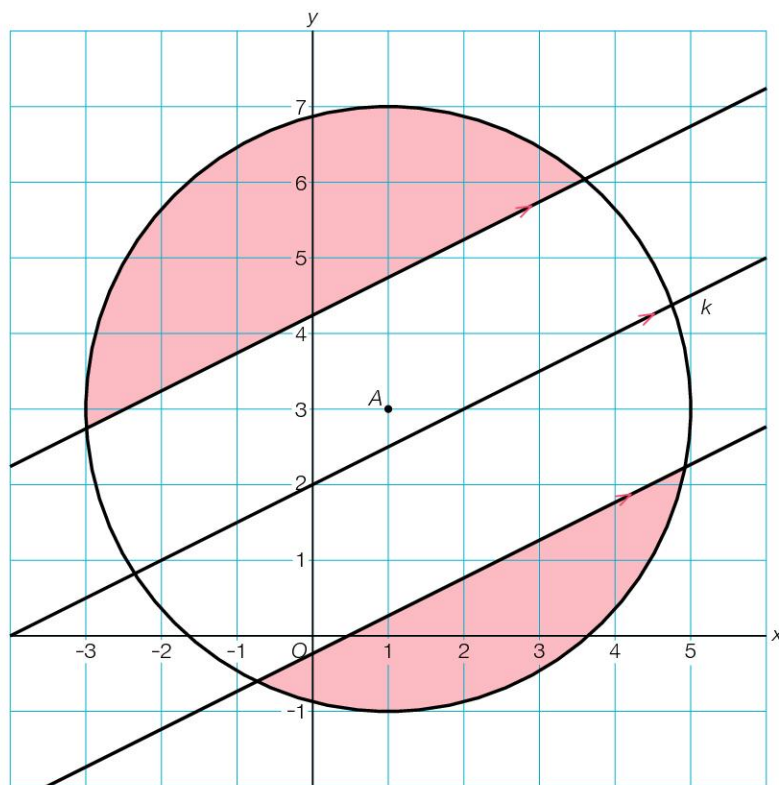


11



12 $y = 0,5x + 2$

x	0	2
y	2	3



2.2 Middelloodlijn en omgeschreven cirkel

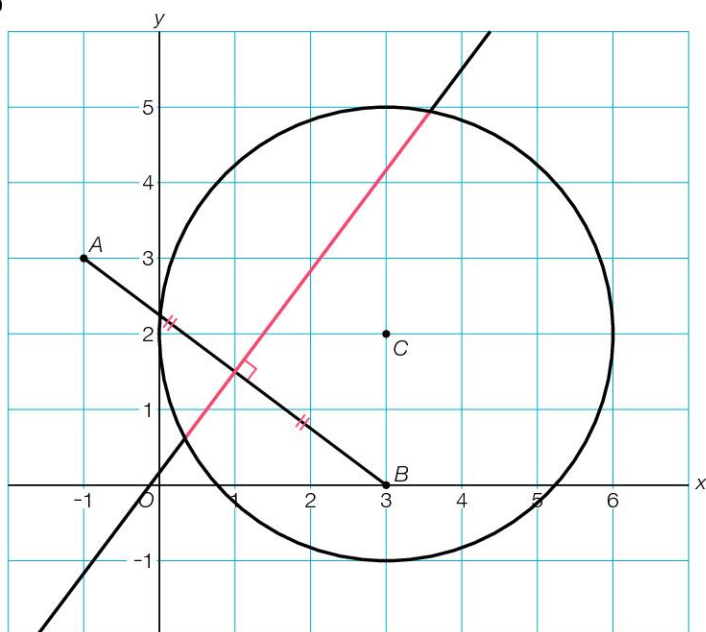
Bladzijde 54

13 a,b,c,d

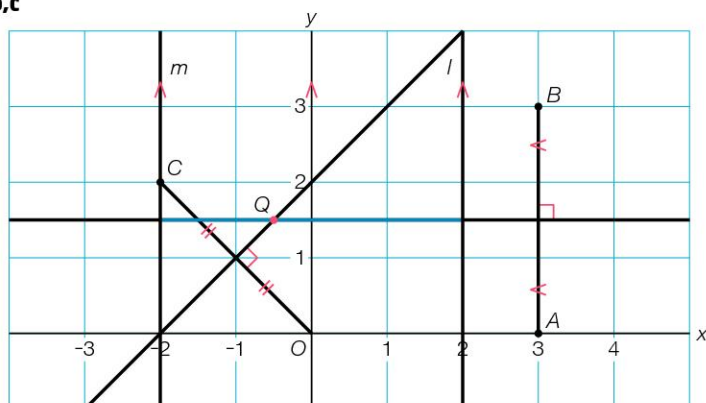


Bladzijde 55

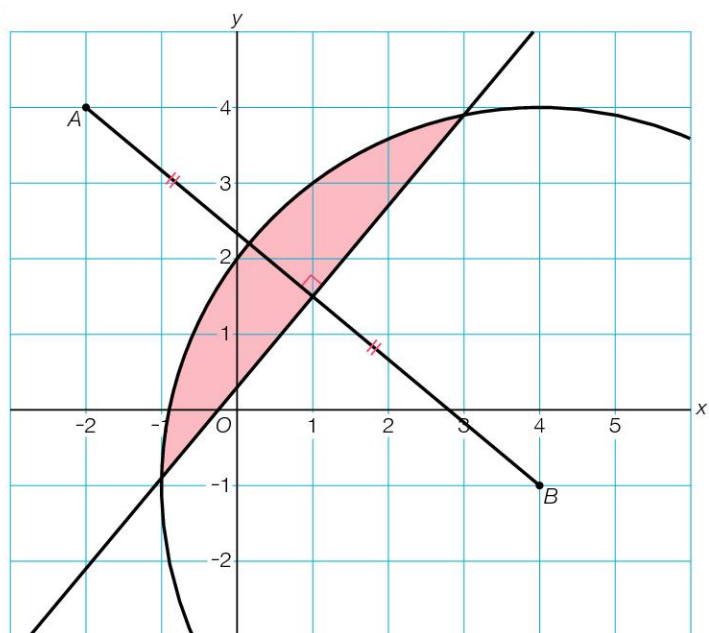
14 a,b



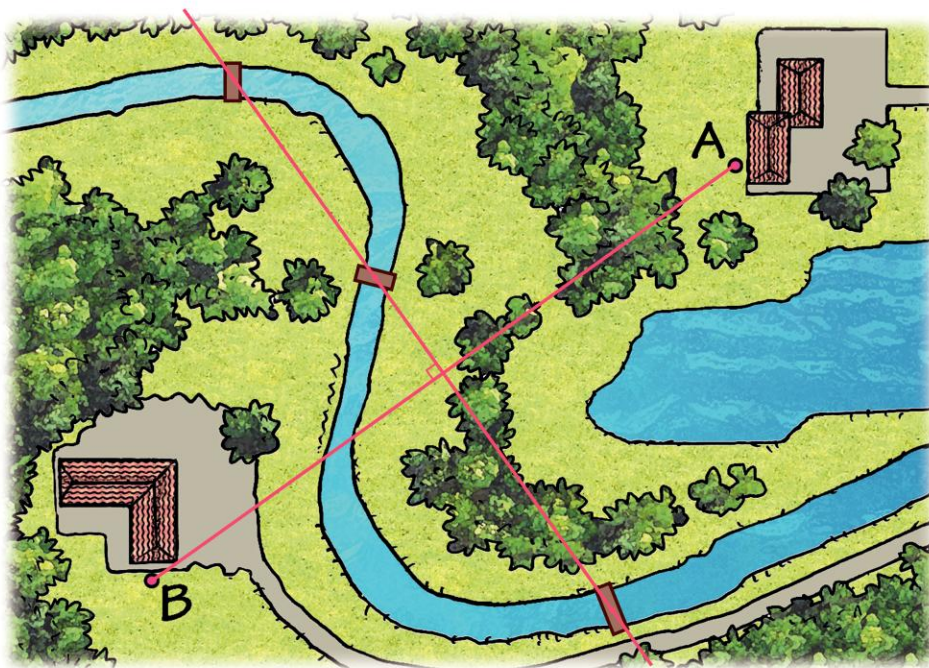
15 a,b,c



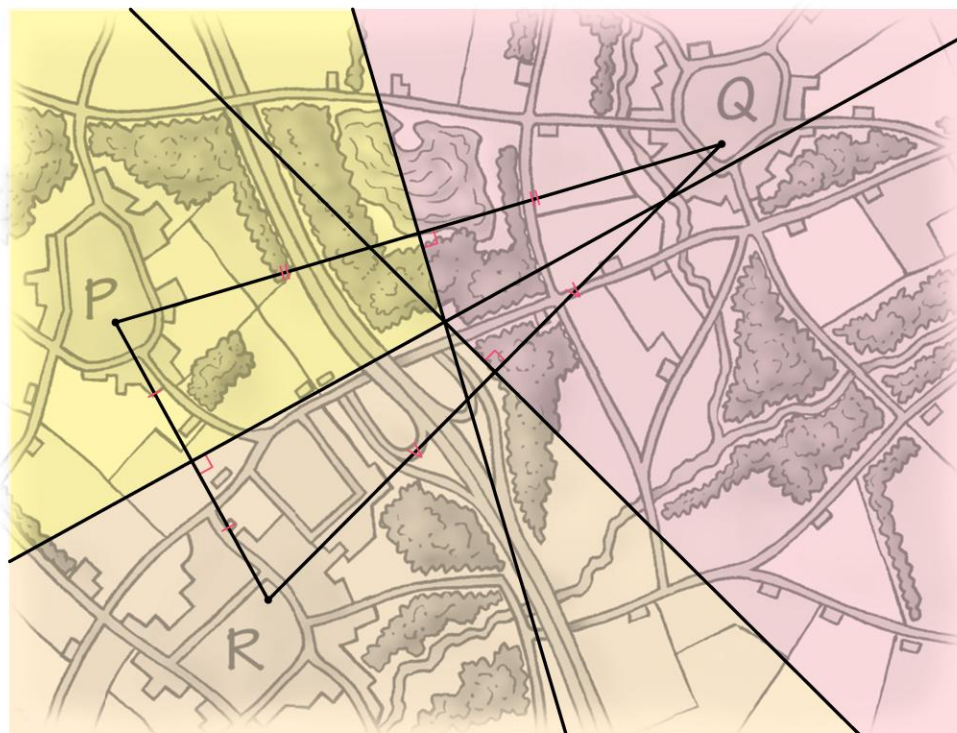
16



17



18



= gebied gemeente P

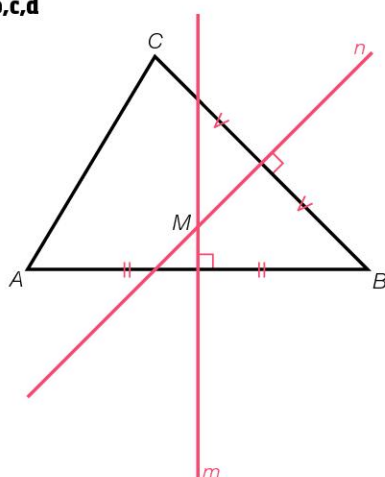
= gebied gemeente Q

= gebied gemeente R

Bladzijde 56

19

a,b,c,d



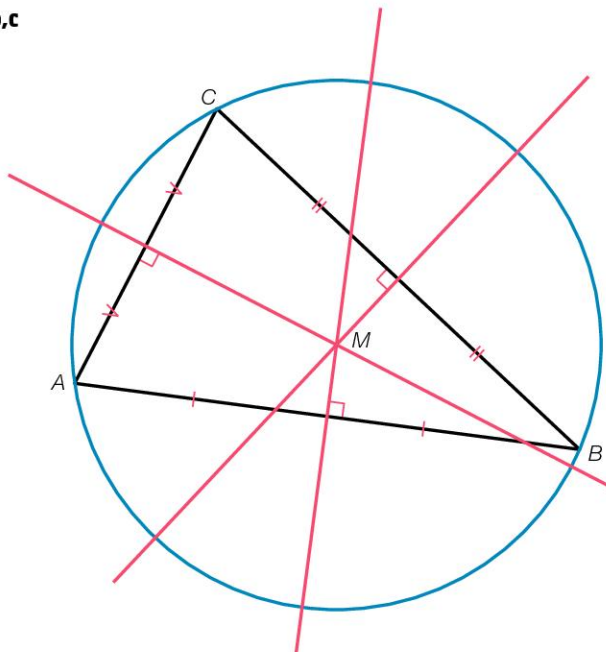
- e** M ligt op de middelloodlijn van het lijnstuk AB , dus $MA = MB$.
 M ligt op de middelloodlijn van het lijnstuk BC , dus $MB = MC$.
f $MA = MB$ en $MB = MC$, dus $MA = MC$.
 Dus ja, $MA = MB = MC$.
 Omdat $MA = MC$ gaat de middelloodlijn van de zijde AC ook door M .

- 20 a Definitie afstand punt tot lijn**
 De afstand van een punt tot een lijn is de lengte van het kortste lijnstuk van het punt tot de lijn.
- b Definitie gelijkbenige driehoek**
 Een gelijkbenige driehoek is een driehoek met minstens twee even lange zijden.
- c Stelling over gelijkbenige driehoeken**
 In een gelijkbenige driehoek zijn de hoeken tegenover de even lange zijden even groot.
- 21 a Drie stellingen over parallelogrammen**
- 1 In een parallelogram zijn de overstaande zijden even lang.
 - 2 In een parallelogram delen de diagonalen elkaar middendoor.
 - 3 In een parallelogram zijn de overstaande hoeken even groot.
- b Definitie ruit**
 Een ruit is een vierhoek waarvan alle zijden even lang zijn.
- c Drie stellingen over ruiten**
- 1 In een ruit staan de diagonalen loodrecht op elkaar.
 - 2 In een ruit delen de diagonalen de hoeken middendoor.
 - 3 Een ruit is tevens parallelogram.

Bladzijde 57

- 22 a** Een gestrekte hoek is ook groter dan 90° maar is geen stompe hoek.
 Goed is: Een stompe hoek is een hoek tussen 90° en 180° .
- b** Een driehoek kan maar één stompe hoek hebben.
 Goed is: Een stomphoekige driehoek is een driehoek met één stompe hoek.
- c** Een ruit is een vierhoek met vier even lange zijden maar een ruit is lang niet altijd een vierkant.
 Goed is: Een vierkant is een vierhoek met vier gelijke zijden en vier rechte hoeken.
- d** Een driehoek heeft geen onderste zijde, je kunt een driehoek op allerlei verschillende manieren tekenen.
 Goed is: De basis van een gelijkbenige driehoek is de zijde die een andere lengte heeft dan de andere twee zijden (tenzij de gelijkbenige driehoek tevens gelijkzijdig is, dan kan elke zijde de basis zijn).
- e** Een diameter van een cirkel gaat door het middelpunt van de cirkel.
 Goed is: De diameter van een cirkel is een lijnstuk door het middelpunt van de cirkel dat twee punten van de cirkel met elkaar verbindt.

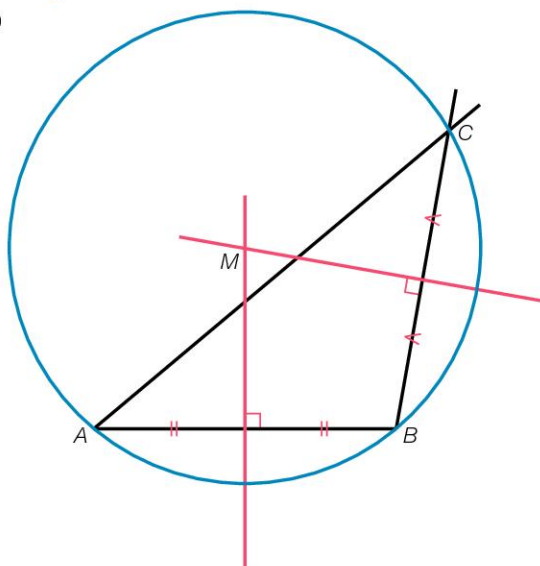
23 a,b,c



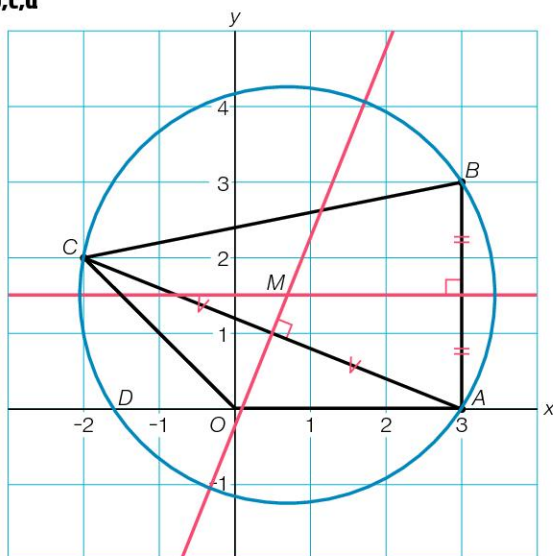
- c** Ja, de cirkel gaat ook door B en C .

Bladzijde 58

24 a,b

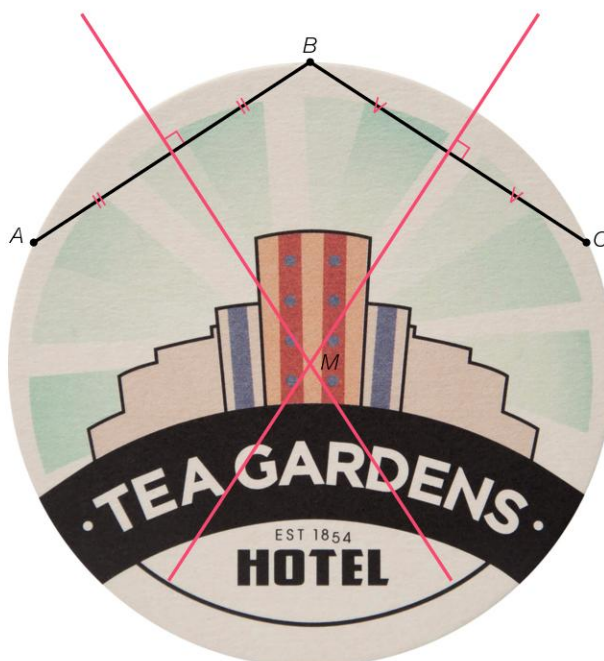


25 **a,b,c,d**



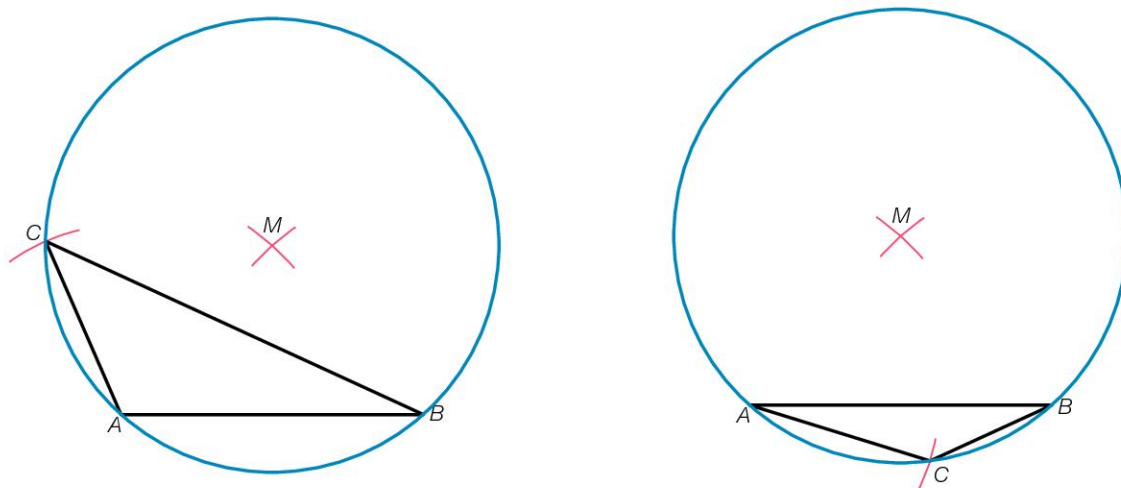
- c Omdat het punt O niet op de omschreven cirkel van $\triangle ABC$ ligt, heeft vierhoek $OABC$ geen omschreven cirkel.

- 26** Kies drie willekeurige (verschillende) punten A , B en C op de rand van de onderzetter. Teken de lijnstukken AB en BC . Teken de middelloodlijnen van de lijnstukken AB en BC . Het snijpunt M van de middelloodlijnen is het middelpunt van de onderzetter.

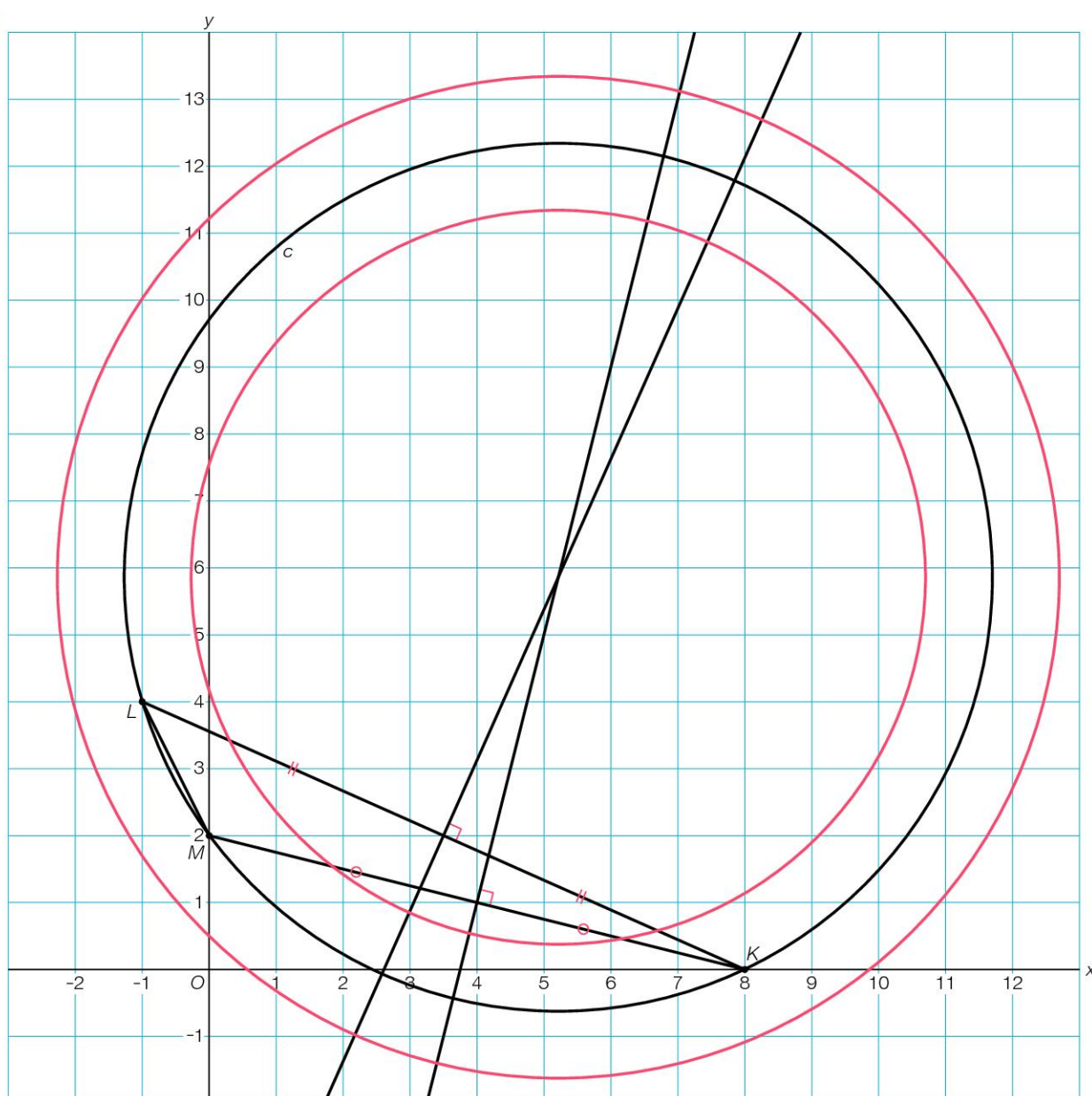


27 *Aanpak*

- Teken $AB = 4$ cm.
- Teken een cirkelboogje van de cirkel met middelpunt A en straal 3 cm, en teken een cirkelboogje van de cirkel met middelpunt B en straal 3 cm. Het snijpunt van de cirkelboogjes is M .
- Teken de omgeschreven cirkel van $\triangle ABC$, dus de cirkel met middelpunt M en straal 3 cm.
- Teken een cirkelboogje van de cirkel met middelpunt M en straal 2,5 cm. Het snijpunt van dit cirkelboogje en de cirkel is C .
- Teken $\triangle ABC$. Er zijn twee mogelijkheden.



28



Bladzijde 59

- 29** **a** Omkeerbaar
Als van een driehoek twee hoeken even groot zijn, dan is de driehoek gelijkbenig.
- b** Niet omkeerbaar
- c** Niet omkeerbaar
- d** Niet omkeerbaar
- e** Omkeerbaar
Als het morgen dinsdag is, dan is het vandaag maandag.
- 30** **a** Waar, de omkering is niet waar.
- b** Waar, de omkering is waar.
- c** Waar, de omkering is niet waar.
- d** Niet waar, de omkering is waar.
- e** Waar, de omkering is waar.

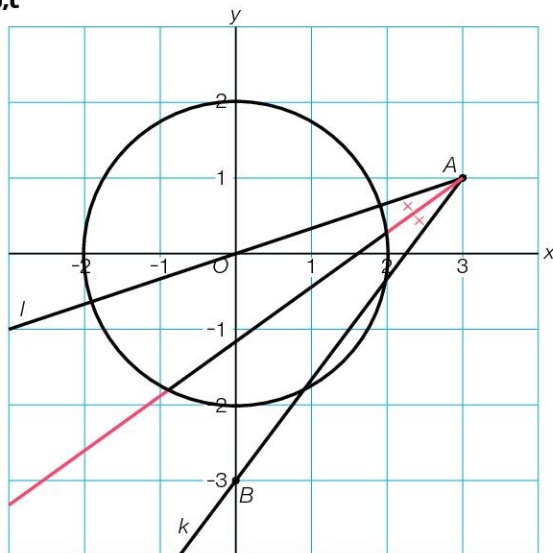
2.3 Bissectrice en ingeschreven cirkel

Bladzijde 60

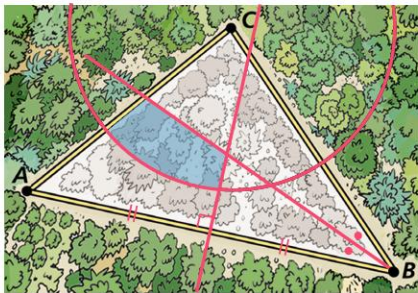
- 31** **a** Definitie bissectrice van een hoek
De bissectrice van een hoek is de halve lijn die de hoek middendoor deelt.
- b** $d(D, l) = 1,2 \text{ cm}$
 $d(D, m) = 1,2 \text{ cm}$
 $d(D, l) = d(D, m)$
- c** $d(E, l) = 1,6 \text{ cm}$ $d(F, l) = 2,0 \text{ cm}$
 $d(E, m) = 1,6 \text{ cm}$ $d(F, m) = 2,0 \text{ cm}$
- d** Vermoeden: de punten van de bissectrice van $\angle A$ liggen even ver van het ene been als van het andere been van $\angle A$.

Bladzijde 61

32 **a, b, c**



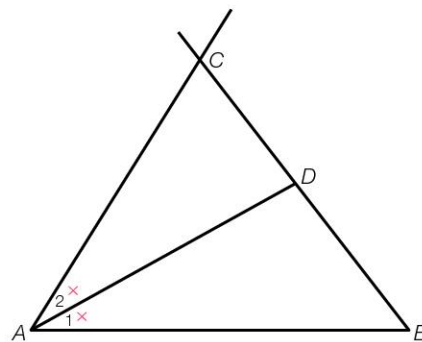
35



36

Aanpak

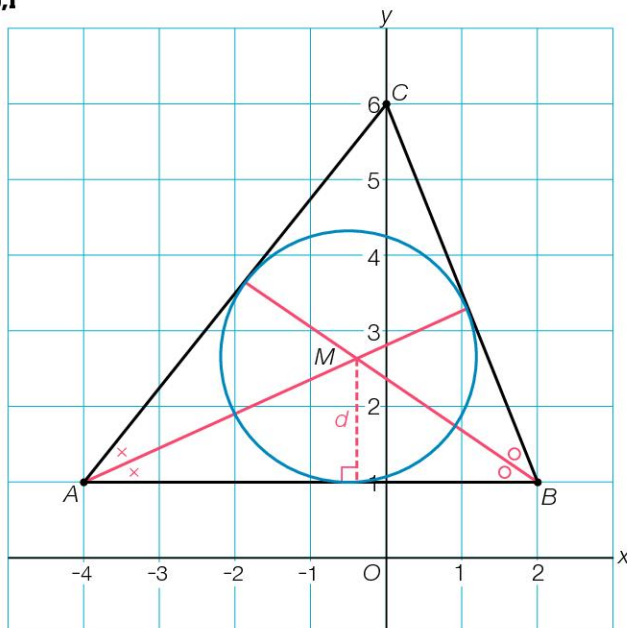
- Teken $AB = 5$ cm.
- Teken $\angle A_1 = 29^\circ$.
- Teken $AD = 4$ cm.
- Teken $\angle A_2 = 29^\circ$.
- Verleng BD .
- Zo krijg je punt C .



Bladzijde 62

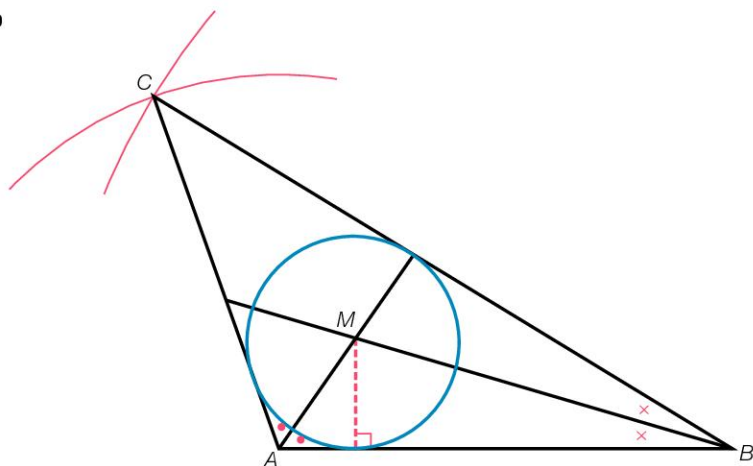
37

a,b,f

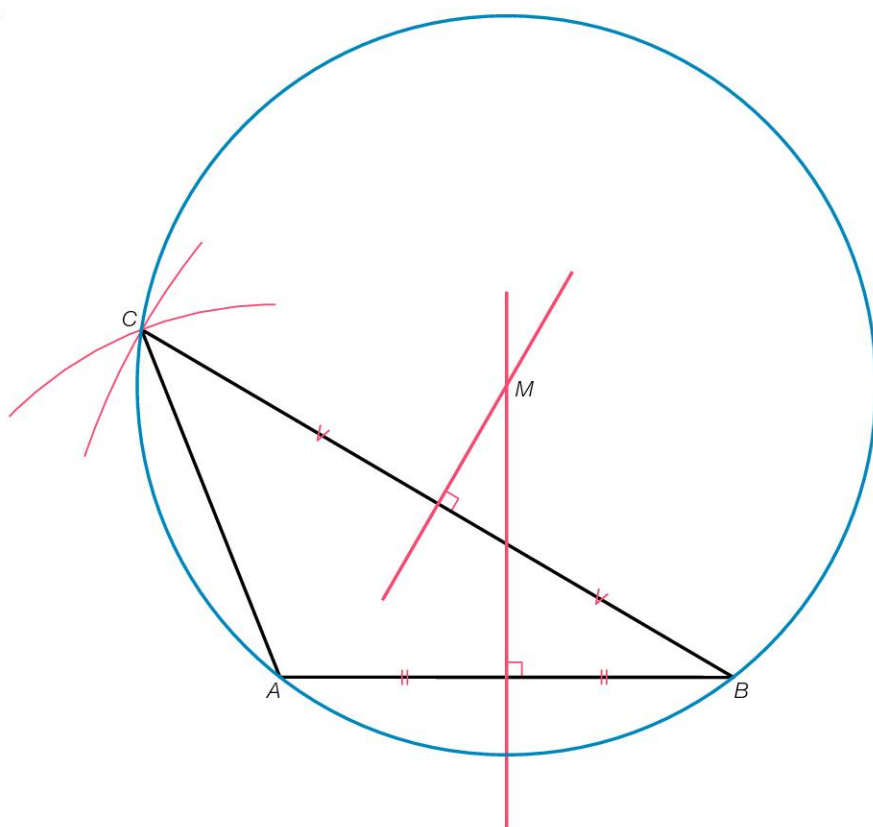


- c** M ligt op de bissectrice van $\angle A$, dus M ligt even ver van AB als van AC .
 M ligt op de bissectrice van $\angle B$, dus M ligt even ver van AB als van BC .
 Hieruit volgt dat M even ver van AC als van BC ligt en dat M dus even ver van elk van de zijden van $\triangle ABC$ ligt.
- d** AC en BC zijn de benen van $\angle C$.
 M ligt even ver van AC als van BC , dus M ligt op de bissectrice van $\angle C$.
- e** De afstand d van M tot de zijde AB is ongeveer 1,6 cm.
- f** De cirkel raakt elk van de zijden van $\triangle ABC$.

38 a,b

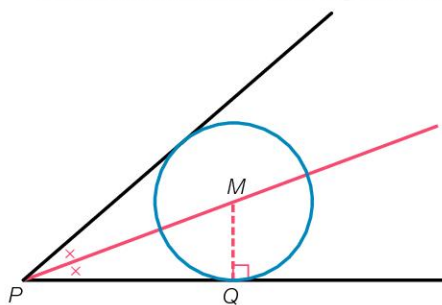


a,c



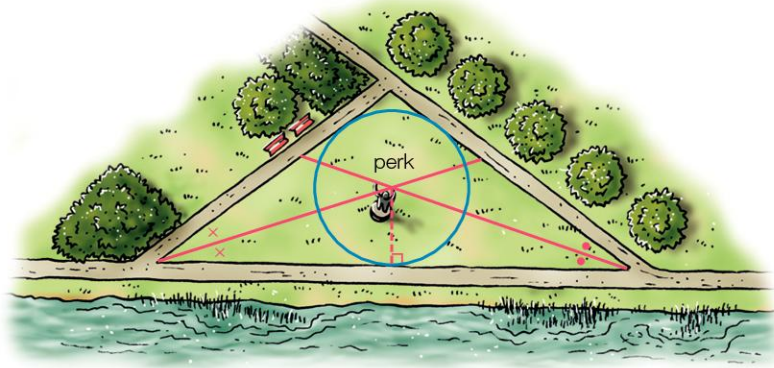
39 a,b Aanpak

- Teken een hoek P .
- Teken een punt Q op één van de benen van $\angle P$.
- Teken de bissectrice van $\angle P$.
- Teken lijnstuk MQ loodrecht op PQ met M op de bissectrice van $\angle P$.
- Teken de cirkel met middelpunt M en straal MQ .



Bladzijde 63

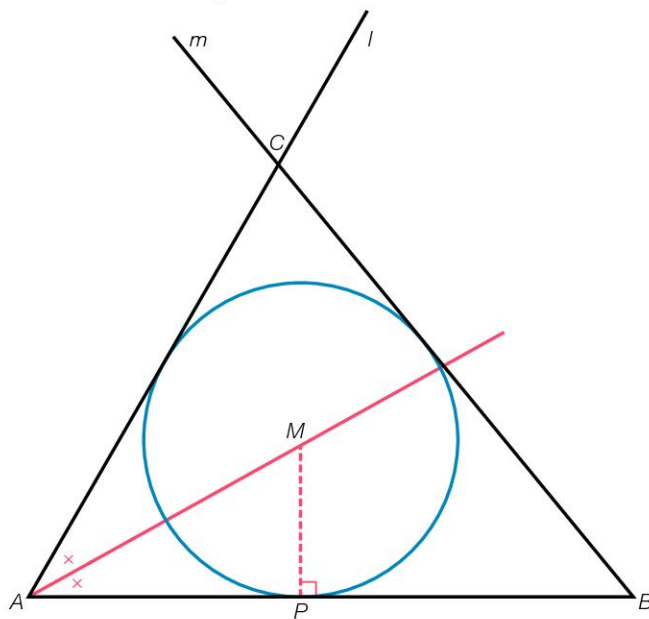
40



41

Aanpak

- Teken $AB = 8$ cm.
- Teken $\angle A = 60^\circ$, noem het ene been l .
- Teken de bissectrice van $\angle A$.
- Gebruik je geodriehoek om het lijnstuk $MP = 2$ cm te tekenen met M op de bissectrice van hoek A en P op AB met MP loodrecht op AB .
- Teken de cirkel met middelpunt M en straal MP .
- Teken vanuit B de halve lijn m die de cirkel raakt.
- Het snijpunt van l en m is punt C .
- Je hebt $\triangle ABC$ getekend.

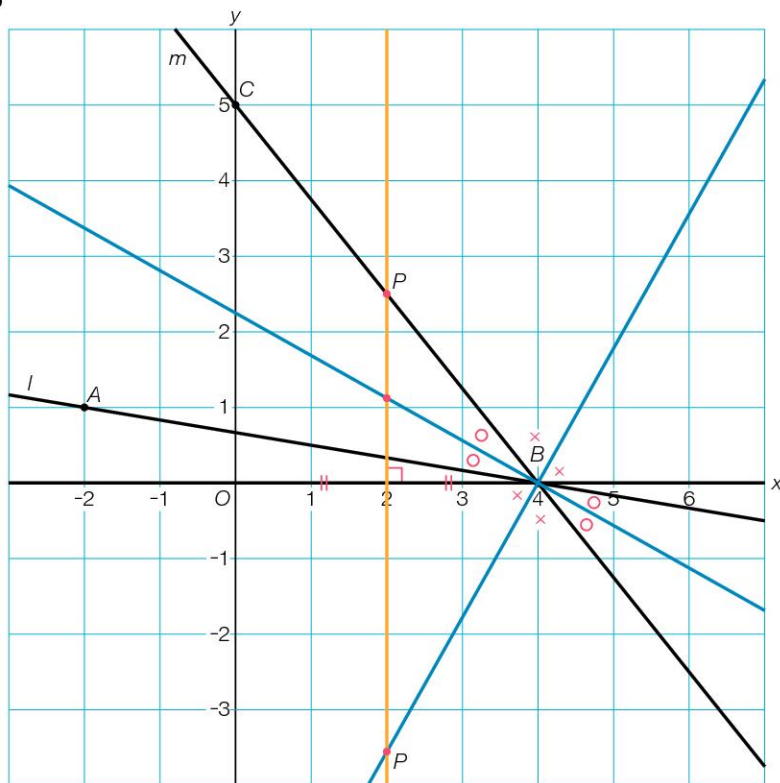


42

- a Alle punten P waarvoor geldt $d(P, l) = d(P, m)$ vormen de lijnen b_1 en b_2 .
- b
$$\left. \begin{array}{l} \angle S_1 + \angle S_2 + \angle S_3 + \angle S_4 = 180^\circ \text{ (gestrekte hoek)} \\ \angle S_1 = \angle S_2 \text{ (bissectrice) en } \angle S_3 = \angle S_4 \text{ (bissectrice)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \angle S_2 + \angle S_2 + \angle S_3 + \angle S_3 = 180^\circ \\ 2 \cdot \angle S_2 + 2 \cdot \angle S_3 = 180^\circ \\ \angle S_2 + \angle S_3 = 90^\circ \end{array}$$

c Stelling

De bissectrices van de hoeken die bij twee snijdende lijnen horen staan loodrecht op elkaar.

43 a,b

2.4 De omtrek van een cirkel

Bladzijde 64

- 44 a** De draad omspant precies de omtrek van de cirkel. Door het touw daarna langs een liniaal te leggen meet je dus precies die omtrek.
- b** *
- c** *
- d** Met het getal 3,14.

Bladzijde 65

- 45 a** $\text{omtrek} = \pi \cdot 16 \approx 50,3 \text{ cm}$
- b** $\text{diameter} = 2 \cdot 38,6 = 77,2 \text{ cm}$
 $\text{omtrek} = \pi \cdot 77,2 \approx 242,53 \text{ cm}$
- c** 21 km per uur, dus 7 km per 20 minuten.
 $7 \text{ km} = 700\,000 \text{ cm}$
 $\text{omtrek wiel} = \pi \cdot 52 = 163,36... \text{ cm}$
 $700\,000 : 163,36... \approx 4285$
 Dus het wiel is 4285 keer rondgedraaid.
- 46 a** $\text{omtrek} = \pi \cdot 91 \approx 285,9 \text{ m}$
 De vijverrand is 285,9 meter lang.
- b** De afrastering is in de vorm van een cirkel met een diameter van $91 + 2 \cdot 3 = 97$ meter.
 $\text{omtrek} = \pi \cdot 97 = 304,73... \approx 304,7 \text{ m}$
 De afrastering is 304,7 meter lang.
- c** 304,73... meter in 5 minuten, dus $12 \cdot 304,73... \approx 3657$ meter per uur.
 Melle wandelt met een snelheid van 3,7 km per uur.
- 47** $\text{omtrek} = \pi \cdot 0,85 = 2,67... \text{ m}$
 Je moet $2,67... \cdot 1,95 \approx € 5,21$ voor de stootrand betalen.

- 48** **a** omtrek wiel = $\pi \cdot 68 = 213,6... \text{ cm}$
Dus 2,14 meter.
- b** $1500 \text{ meter} = 150\,000 \text{ cm}$
 $150\,000 : 213,6... \approx 702$
De wielen draaien 702 keer rond.
- c** $500\,000 \cdot 213,6... \approx 106\,814\,150 \text{ cm} \approx 1068 \text{ km}$
Om de 1070 km moet Matthijs de lagers van zijn fiets oliën.

Bladzijde 66

- 49** omtrek wiel = $\pi \cdot 16,5 = 51,83... \text{ cm}$
 $18 \text{ km/uur} = 18\,000 \text{ m}/3600 \text{ seconden} = 5 \text{ m/seconde} = 500 \text{ cm/seconde}$
 $500 : 51,83... = 9,64...$
De wielen draaien ongeveer 9,6 keer per seconde rond.
- 50** **a** De punt van de grote wijzer legt een kwartcirkel af.
De afgelegde afstand is $\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot \text{diameter} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 2 \cdot \text{straal} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 2 \cdot 1 \approx 1,57 \text{ m} = 157 \text{ cm}$.
- b** Een week heeft $7 \cdot 24 = 168$ uren.
De punt van de grote wijzer draait dus 168 keer rond.
De afgelegde afstand is $168 \cdot \pi \cdot \text{diameter} = 168 \cdot \pi \cdot 2 \approx 1056 \text{ meter}$.
- c** Een dag heeft 24 uren. De afgelegde afstand per dag is $24 \cdot \pi \cdot 2 = 150,79... \text{ meter}$.
 $100 \text{ km} = 100\,000 \text{ m}$
De punt van de grote wijzer legt 100 km af in $100\,000 : 150,79... \approx 663$ dagen.
- 51** De grote wijzer draait 12 keer zo snel rond als de kleine wijzer.
De kleine wijzer heeft een diameter van 4 meter en de groter wijzer een diameter van 6 meter.
Hieruit volgt dat de grote wijzer per omgang $6 : 4 = 1,5$ keer de afstand van de kleine wijzer aflegt.
Dus de grote wijzer legt in dezelfde tijd $12 \cdot 1,5 \cdot 100 = 1800$ meter af.
- 52** Het etiket is een rechthoek.
lengte etiket = omtrek blik = $\pi \cdot 10 = 31,41... \text{ cm}$
breedte etiket = hoogte blik = 13 cm
oppervlakte etiket = $31,41... \cdot 13 \approx 408,4 \text{ cm}^2$

2.5 De oppervlakte van een cirkel**Bladzijde 67**

- 53** **a** $ABCD$ is nagenoeg een rechthoek.
b AD is gelijk aan de straal van het dartbord.
c Nee, AB is ongeveer de helft van de omtrek van het dartbord.
d Ja, de oppervlakte van $ABCD$ is gelijk aan de oppervlakte van het dartbord.

Bladzijde 68

- 54** **a** oppervlakte = $\pi \cdot 8^2 \approx 201,1 \text{ cm}^2$
b straal = $27 : 2 = 13,5 \text{ cm}$
oppervlakte = $\pi \cdot 13,5^2 \approx 572,56 \text{ cm}^2$
c straal = $17,3 : 2 = 8,65 \text{ m}$
oppervlakte = $\pi \cdot 8,65^2 \approx 235 \text{ m}^2$
- 55** straal = $520 : 2 = 260 \text{ m}$, dat is 2,6 hm.
oppervlakte = $\pi \cdot 2,6^2 \approx 21 \text{ ha}$
- 56** **a** straal = $1,2 \text{ km} = 12 \text{ hm}$
oppervlakte = $\pi \cdot 12^2 = 452,38... \text{ ha}$
straal = $3,8 \text{ km} = 38 \text{ hm}$
oppervlakte = $\pi \cdot 38^2 = 4536,45... \text{ ha}$
De olievlek is de tweede dag $4536,45... - 452,38... \approx 4084$ ha groter geworden.

- b** Na dag 1: straal = 12 hm, dus diameter = 24 hm en omtrek = $\pi \cdot 24 = 75,39... \text{ hm}$.
 Na dag 2: straal = 38 hm, dus diameter = 76 hm en omtrek = $\pi \cdot 76 = 238,76... \text{ hm}$.
 De omtrek van de olievlek is de tweede dag $238,76... - 75,39... \approx 163 \text{ hm}$ groter geworden.

- 57 a** omtrek = $\pi \cdot 16 \approx 50,27 \text{ m}$
 De lengte van het hek is 50,27 meter.
- b** straal = $16 : 2 = 8 \text{ m}$
 oppervlakte = $\pi \cdot 8^2 = 201,06... \text{ m}^2$
 Nodig is $201,06... \cdot 25 \approx 5027 \text{ gram} \approx 5,0 \text{ kg}$ graszaad.
- c** straal rotonde = $8 + 4,5 = 12,5 \text{ m}$.
 oppervlakte rotonde = $\pi \cdot 12,5^2 = 490,87... \text{ m}^2$
 oppervlakte rijbaan = oppervlakte rotonde – oppervlakte binnengebied
 $= 490,87... - 201,06... \approx 289,8 \text{ m}^2$
- d** $4,5 : 2 = 2,25$
 diameter = $16 + 2 \cdot 2,25 = 20,5 \text{ m}$
 lengte lijn = omtrek = $\pi \cdot 20,5 = 64,40... \text{ m}$
 25 cm per seconde ofwel 0,25 meter per seconde.
 $64,40... : 0,25 = 257,61... \text{ seconden}$
 Het aanbrengen van de lijn duurt $257,61... : 60 \approx 4 \text{ minuten}$.

- 58** omtrek = $\pi \cdot \text{diameter} = 57,5 \text{ m}$, dus diameter = $\frac{57,5}{\pi} = 18,30... \text{ m}$.
 Dit geeft straal = $18,30... : 2 = 9,15... \text{ m}$
 De oppervlakte van de middencirkel is $\pi \cdot 9,15...^2 \approx 263 \text{ m}^2$.

- 59** $\text{opp } \triangle ABC = 7,5 \text{ cm}^2$
 $\text{opp } \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot 2,5$ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot AC \cdot 2,5 = 7,5 \\ 1,25 \cdot AC = 7,5 \\ AC = 6 \end{array} \right.$
 straal cirkel = $6 : 2 = 3 \text{ cm}$
 oppervlakte cirkel = $\pi \cdot 3^2 = 28,27... \text{ cm}^2$
 oppervlakte blauwe gebied = $28,27... - 7,5 \approx 20,8 \text{ cm}^2$

Bladzijde 69

- 60 a** $\frac{30}{360} = \frac{1}{12}$, dus hij krijgt $\frac{1}{12}$ deel.
- b** $\frac{45}{360} = \frac{1}{8}$, dus hij krijgt $\frac{1}{8}$ deel.

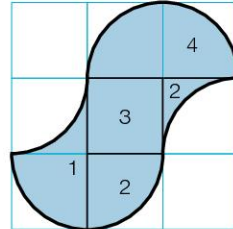
Bladzijde 70

- 61 a** oppervlakte = $\frac{78}{360} \cdot \pi \cdot 14^2 \approx 133 \text{ cm}^2$
- b** omtrek = $2 \cdot \text{straal} + \text{lengte boog} = 2 \cdot 14 + \frac{78}{360} \cdot \pi \cdot 28 \approx 47,1 \text{ cm}$
- 62 a** oppervlakte = $\frac{60}{360} \cdot \pi \cdot 6^2 - \frac{60}{360} \cdot \pi \cdot 2^2 \approx 17 \text{ cm}^2$
- b** omtrek = $2 \cdot 4 + \frac{60}{360} \cdot \pi \cdot 12 + \frac{60}{360} \cdot \pi \cdot 4 \approx 16,4 \text{ cm}$
- 63** oppervlakte = $\frac{115}{360} \cdot \pi \cdot 58^2 - \frac{115}{360} \cdot \pi \cdot 18^2 \approx 3051 \text{ cm}^2$
- 64 a** lengte boog AB = $\frac{35}{360} \cdot \pi \cdot 56,2 \approx 17,17 \text{ m}$
- b** oppervlakte = $\frac{35}{360} \cdot \pi \cdot 28,1^2 - \frac{35}{360} \cdot \pi \cdot 2,1^2 \approx 239,83 \text{ m}^2$
 Dus $239,83 \text{ m}^2$ wordt opnieuw ingezaaid.

Bladzijde 71

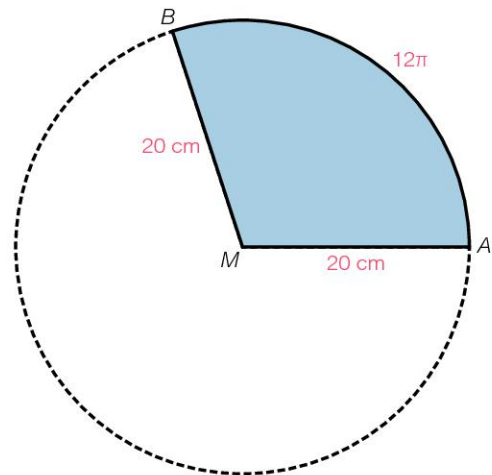
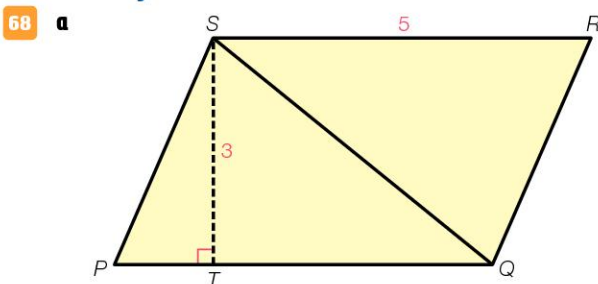
- 65 a** De middelpuntshoek van de gekleurde sector is gelijk aan de hoek die de zonnestralen maken met de verticale richting (F-hoeken), dus $7,2^\circ$.
De afstand Alexandrië-Assuan is het $\frac{7,2}{360}$ deel van de omtrek van de aarde.
- b** Volgens Eratosthenes was de omtrek van de aarde $\frac{5000}{7,2} \cdot 360 = 250\,000$ stadiën.
Dat is $250\,000 \cdot 0,175 = 43\,750$ km.

- 66 a** Zie de figuur hiernaast.
opp 1 = 1 cm^2
opp 2 = 1 cm^2
opp 3 = 1 cm^2
opp 4 = $\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 1^2 \approx 1,6\text{ cm}^2$
oppervlakte $\approx 4,6\text{ cm}^2$



- b** oppervlakte = $\pi \cdot 1,5^2 - \pi \cdot 1^2 + \frac{40}{360} \cdot \pi \cdot 1^2 \approx 4,3\text{ cm}^2$
c oppervlakte = $\pi \cdot 1,5^2 : 2 \approx 3,5\text{ cm}^2$

- 67** Zie de figuur hiernaast.
De uitslag van de feestmuts heeft de vorm van de blauwe cirkelsector.
lengte boog AB = omtrek grondcirkel kegel = 12π cm
Verder is omtrek cirkel = 42π cm.
De cirkelsector is dus het $\frac{12\pi}{42\pi} = \frac{3}{10}$ deel van de hele cirkel.
Dus de oppervlakte van de uitslag van de feestmuts is $\frac{3}{10} \cdot \pi \cdot 20^2 \approx 377\text{ cm}^2$.

**2.6 De oppervlakte van een vierhoek****Bladzijde 72**

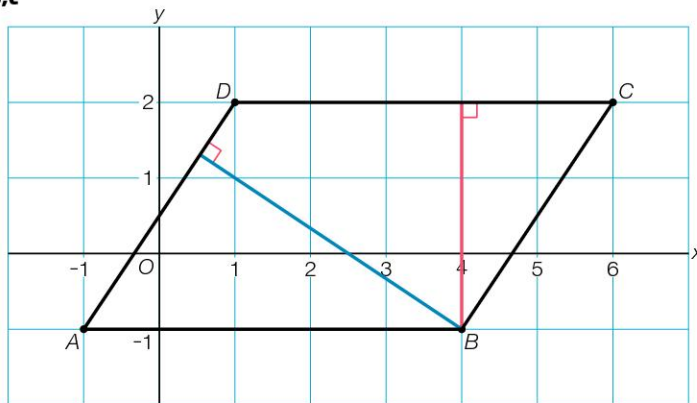
Omdat je van $\triangle PQS$ een zijde en de bijbehorende hoogte weet.

- b** opp $\triangle PQS = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 = 7,5\text{ cm}^2$
c Omdat van $\triangle QRS$ de zijde $RS = 5$ cm en de bijbehorende hoogte 3 cm is, is opp $\triangle PQS$ = opp $\triangle QRS$.
d opp $PQRS$ = opp $\triangle PQS$ + opp $\triangle QRS = 7,5 + 7,5 = 15\text{ cm}^2$

Bladzijde 73

- 69** **a** 25 mm
b 49 mm
c 25 mm
d Omdat BC niet loodrecht staat op AB is BC niet de hoogte die bij de zijde AB hoort, en dus heeft Albert het fout.
e opp $ABCD = 28 \cdot 49 = 1372 \text{ mm}^2$
- 70** opp $ABCD = 25 \cdot 13 = 325 \text{ mm}^2$
 opp $EFGH = 18 \cdot 16 = 288 \text{ mm}^2$
 opp $KLMN = 15 \cdot 12 = 180 \text{ mm}^2$

- 71** **a, b, c**



- d** Je kunt met de zijde AB of met de zijde CD het gemakkelijkst de oppervlakte van het parallellogram berekenen.
 opp $ABCD = 5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}^2$
- 72** **a** $D(-2, 4)$
 opp $ABCD = 3 \cdot 5 = 15 \text{ cm}^2$
b $E(-2, -2)$
 opp $AEBC = 3 \cdot 5 = 15 \text{ cm}^2$

Bladzijde 74

- 73** **a** opp $ABCD = 28 \text{ cm}^2$
 Maar ook opp $ABCD = 4 \cdot \text{bijbehorende hoogte} = 28 \text{ cm}^2$.
 Dus de bij AB horende hoogte is $28 : 4 = 7 \text{ cm}$.
b opp $PQRS = 4 \cdot 2,4 = 9,6 \text{ cm}^2$
 Maar ook opp $PQRS = 3 \cdot ST = 9,6 \text{ cm}^2$.
 Dus $ST = 9,6 : 3 = 3,2 \text{ cm}$.
c opp $EFGH = 8 \cdot 4,2 = 33,6 \text{ cm}^2$
 Maar ook opp $EFGH = 5 \cdot \text{bijbehorende hoogte} = 33,6 \text{ cm}^2$.
 Dus de bij FG horende hoogte is $33,6 : 5 = 6,72 \text{ cm}$.

- d** $A(-2, 3)$ en $B(4, 3)$, dus $AB = 6$ cm.

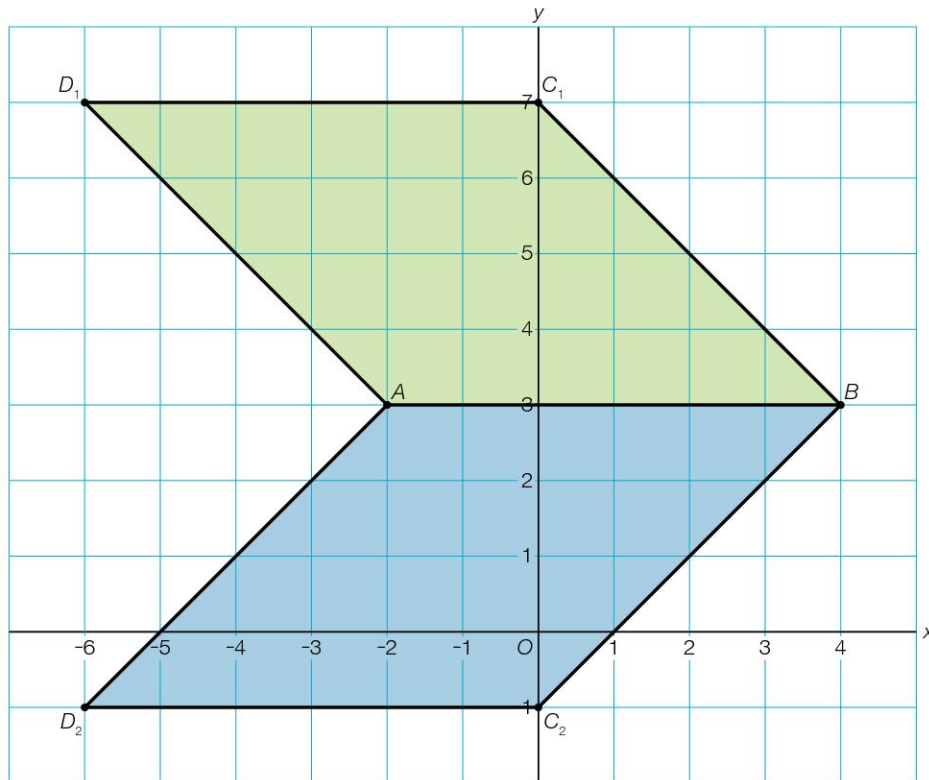
$$\text{opp } ABCD = 24 \text{ cm}^2$$

Maar ook $\text{opp } ABCD = 6 \cdot \text{bijbehorende hoogte} = 24 \text{ cm}^2$.

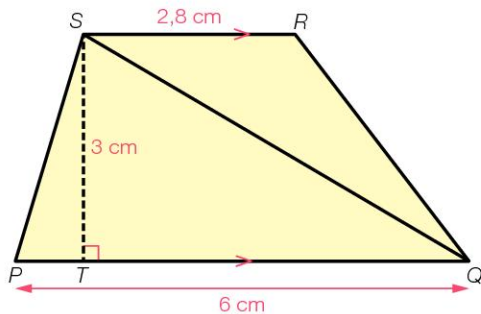
Dus de bij AB horende hoogte is $24 : 6 = 4$ cm.

Hoekpunt C op de y -as geeft $C(0, 7)$ en $D(-6, 7)$ of $C(0, -1)$ en $D(-6, -1)$.

Zie de figuur hieronder.



74 a



$$\text{opp } \triangle PQS = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 9 \text{ cm}^2$$

$$\text{opp } \triangle QRS = \frac{1}{2} \cdot 2,8 \cdot 3 = 4,2 \text{ cm}^2$$

- b** $\text{opp } PQRS = \text{opp } \triangle PQS + \text{opp } \triangle QRS = 9 + 4,2 = 13,2 \text{ cm}^2$

Bladzijde 75

75 a $\text{opp } ABCD = \frac{1}{2}(2 + 4) \cdot 2,5 = 7,5 \text{ cm}^2$

b $\text{opp } PQRS = \frac{1}{2}(1 + 5) \cdot 2,5 = 7,5 \text{ cm}^2$

- 76** De straal van de halve cirkel is 1,8 m, dus de diameter is $2 \cdot 1,8 = 3,6$ m.

$$\text{oppervlakte bucket} = \frac{1}{2}(3,6 + 6) \cdot 5,8 = 27,84 \text{ m}^2$$

- 77 a** opp $ABCD = 68 \text{ cm}^2$
 Maar ook opp $ABCD = \frac{1}{2}(6 + 10) \cdot \text{hoogte} = 68 \text{ cm}^2$

$$\text{opp } ABCD = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot \text{hoogte} = 68 \text{ cm}^2$$

$$\text{opp } ABCD = 8 \cdot \text{hoogte} = 68 \text{ cm}^2$$

 Dus de hoogte van het trapezium is $68 : 8 = 8,5 \text{ cm}$.
- b** opp $PQRS = 33,75 \text{ cm}^2$
 Maar ook opp $PQRS = \frac{1}{2}(8 + PS) \cdot 2,5 = 33,75 \text{ cm}^2$

$$\text{opp } PQRS = 1,25(8 + PS) = 33,75 \text{ cm}^2$$

$$\text{opp } PQRS = 10 + 1,25PS = 33,75 \text{ cm}^2$$

$$\text{opp } PQRS = 1,25PS = 23,75 \text{ cm}^2$$

 Dus $PS = 23,75 : 1,25 = 19 \text{ cm}$.

Bladzijde 76

- 78 a** oppervlakte $= 38 \cdot 25 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 13 = 898 \text{ mm}^2$
- b** oppervlakte $= 35 \cdot 18 + \frac{1}{2} \cdot 35 \cdot 8 = 770 \text{ mm}^2$

Bladzijde 77

- 79** opp $PQRS = \frac{1}{2} \cdot 96 \cdot 44 = 2112 \text{ cm}^2$
- 80** oppervlakte rechthoek $= (20,3 + 4,8) \cdot 7,2 = 180,72 \text{ m}^2$
 oppervlakte grote driehoek $= \frac{1}{2} \cdot 20,3 \cdot (2,4 + 5,8) = 83,23 \text{ m}^2$
 oppervlakte kleine driehoek $= \frac{1}{2} \cdot 4,8 \cdot 2,4 = 5,76 \text{ m}^2$
 De totale oppervlakte is $180,72 + 83,23 + 5,76 = 269,71 \text{ m}^2$.
 Er is $269,71 \cdot 160 = 43\,153,6 \text{ mL}$ verf nodig, dat is $43,1536 \text{ L}$.
 Het verven van de gevel gaat $\frac{43,1536}{5} \cdot 60,20 \approx 519,57$ euro aan verf kosten.

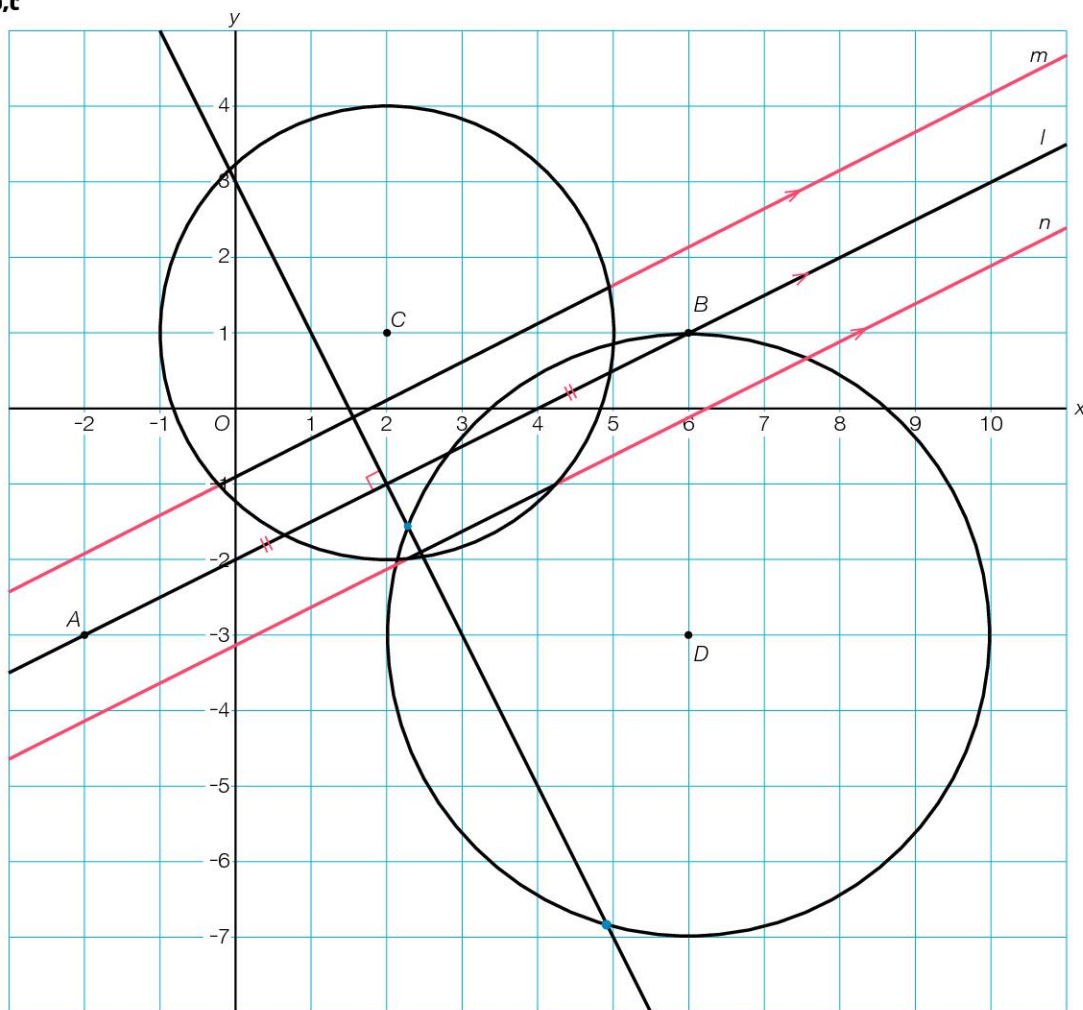
- 81 a** opp $ABCD = \frac{1}{2}(2p + 4p) \cdot 3p = \frac{1}{2} \cdot 6p \cdot 3p = 9p^2$
- b** opp $EFGH = 2q \cdot 3q = 6q^2$
- c** opp $PQRS = \frac{1}{2} \cdot 4x \cdot 2x = 4x^2$

- 82** $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (hoekensom driehoek)
 Een volle hoek is 360° .
 Dus het witte gebied van $\triangle ABC$ is een halve cirkel met straal 2 cm .
 $AB = 2 + 2 + 2 = 6 \text{ cm}$
 $\text{opp } \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12 \text{ cm}^2$
 $\text{opp witte gebied van } \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2 = 6,28... \text{ cm}^2$
 $\text{opp gele gebied} = 12 - 6,28... \approx 5,7 \text{ cm}^2$

Gemengde opgaven

Bladzijde 78

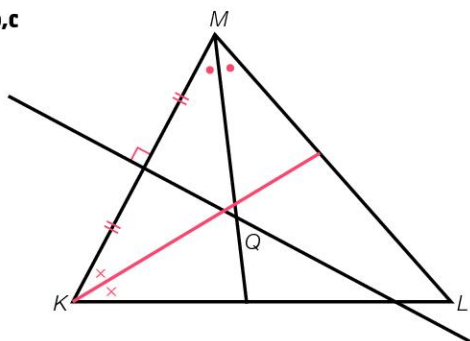
1 a,b,c



2



3 a,b,c



4 opp $ABCD = 45 \cdot 36 = 1620 \text{ mm}^2$

opp $KL MN = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 16 + \frac{1}{2} (8 + 20) \cdot 16 = 464 \text{ mm}^2$

opp $PQRS = \frac{1}{2} \cdot 63 \cdot 40 = 1260 \text{ mm}^2$

5 Van links naar rechts de figuur opdelen in een driehoek, trapezium, rechthoek en driehoek.

oppervlakte driehoek $= \frac{1}{2} \cdot (140 - 9 - 32,5 - 45,5) \cdot 13,5 = 357,75 \text{ m}^2$

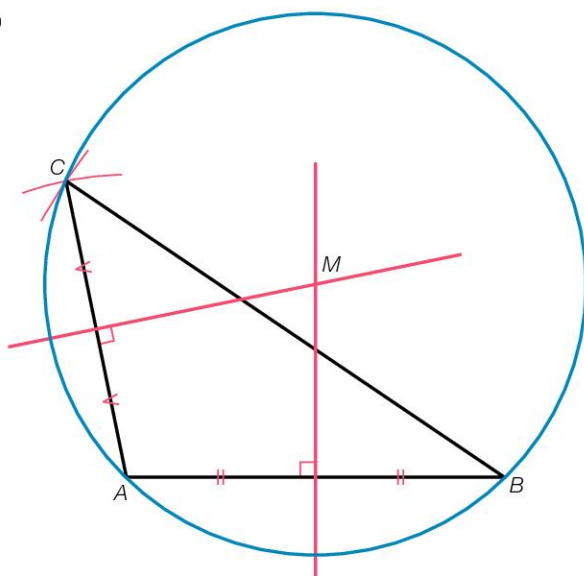
oppervlakte trapezium $= \frac{1}{2} (13,5 + 10) \cdot 9 = 105,75 \text{ m}^2$

oppervlakte rechthoek $= 32,5 \cdot 10 = 325 \text{ m}^2$

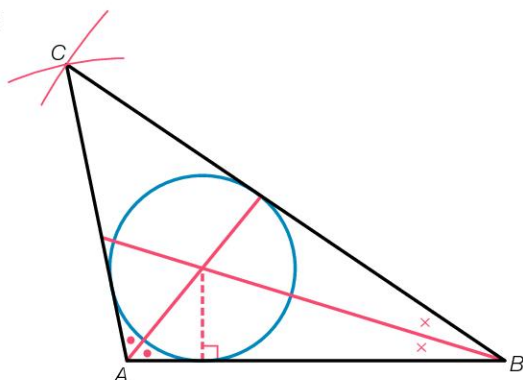
oppervlakte driehoek $= \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 45,5 = 227,5 \text{ m}^2$

De oppervlakte van de doorsnede is $357,75 + 105,75 + 325 + 227,5 = 1016 \text{ m}^2$.

6 a,b



a,c

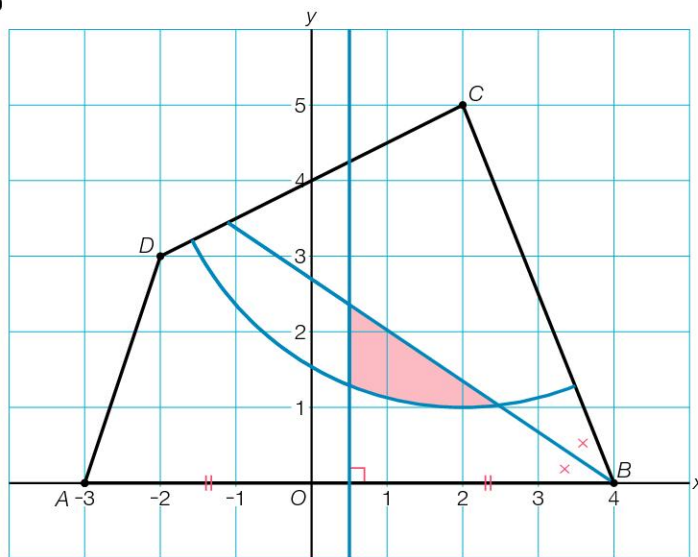


Bladzijde 79

- 7 a** straal = $10 : 2 = 5$ m
 Voor de rozen blijft er $10^2 - \pi \cdot 5^2 \approx 21,5$ m² over.
b diameter tafelkleed = $90 + 2 \cdot 10 = 110$ cm
 omtrek tafelkleed = $\pi \cdot 110 \approx 345,6$ cm
 Voor één tafelkleed is 345,6 cm sierband nodig.

- 8 a** diameter wiel = 6,80 m
 omtrek wiel = $\pi \cdot 6,8 = 21,36...$ m
 42,195 km = 42 195 m
 $42\,195 : 21,36... \approx 1975$
 Het wiel draait 1975 keer rond tijdens de marathon.
b omtrek loopwiel = 21,36... m
 breedte loopwiel = 3,20 m
 oppervlakte loopwiel = $21,36... \cdot 3,2 \approx 68,36$ m²

9 a,b

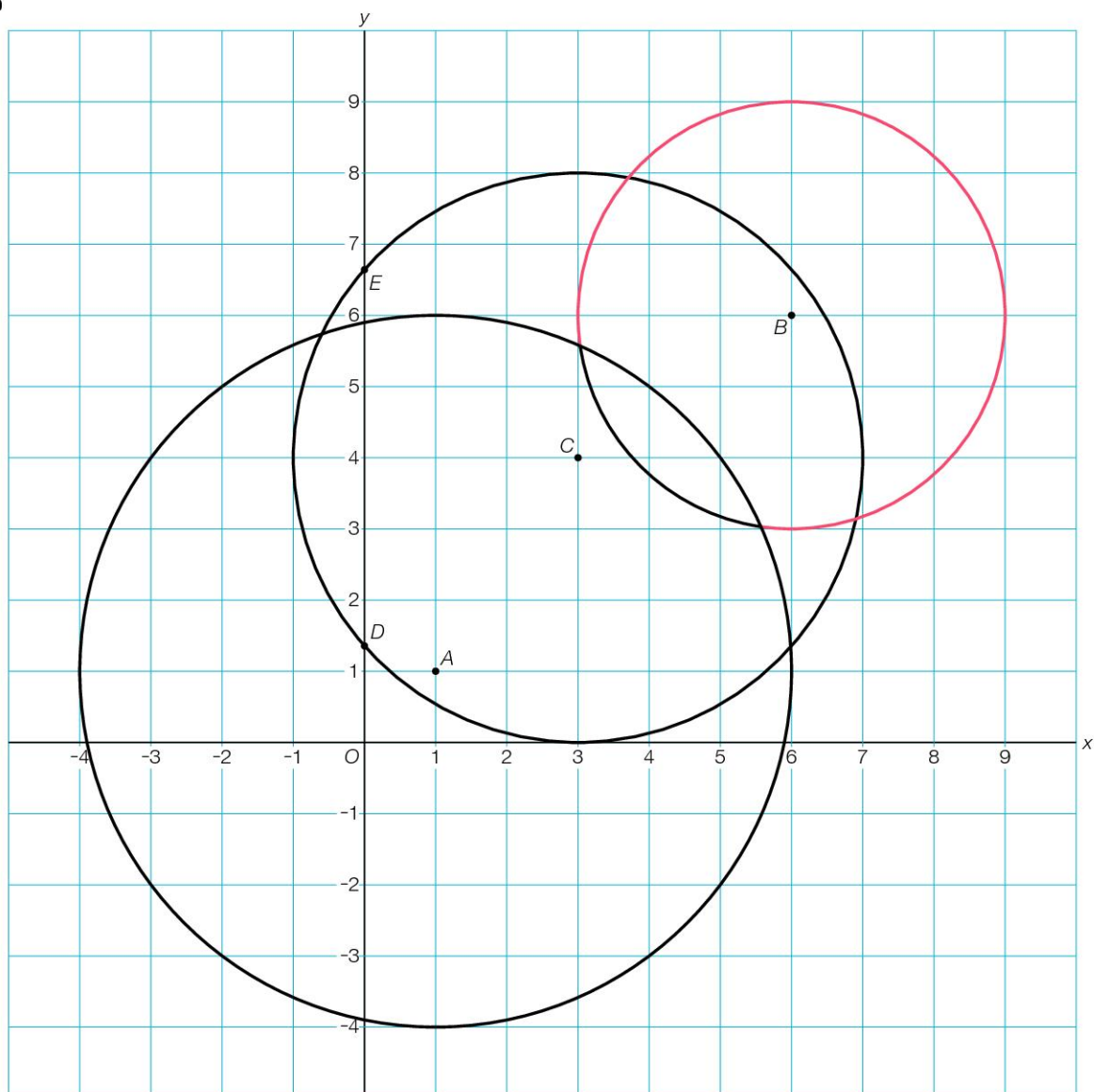


- 10 a** oppervlakte = $a \cdot 4a = 4a^2$
b oppervlakte = $\frac{1}{2} (4a + 2a) \cdot 4a = \frac{1}{2} \cdot 6a \cdot 4a = 12a^2$
c oppervlakte = $\frac{1}{2} \cdot 4a \cdot 2a = 4a^2$
- 11** $EM = 3 + 4 = 7$ cm
 opp $ABME = 4 \cdot 7 = 28$ cm²
 $\angle M = \angle A = 62^\circ$ (parallellogram)
 opp cirkelsector $MBD = \frac{62}{360} \cdot \pi \cdot 4^2 = 8,65...$ cm²
 opp $ABCDE = 28 - 8,65... \approx 19,3$ cm²

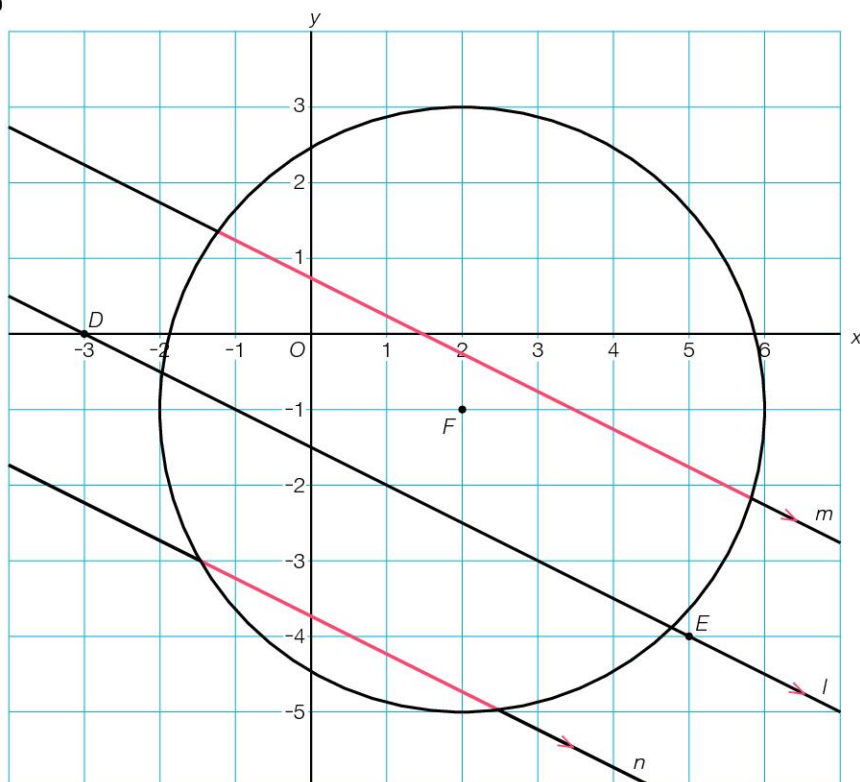
Diagnostische toets

Bladzijde 82

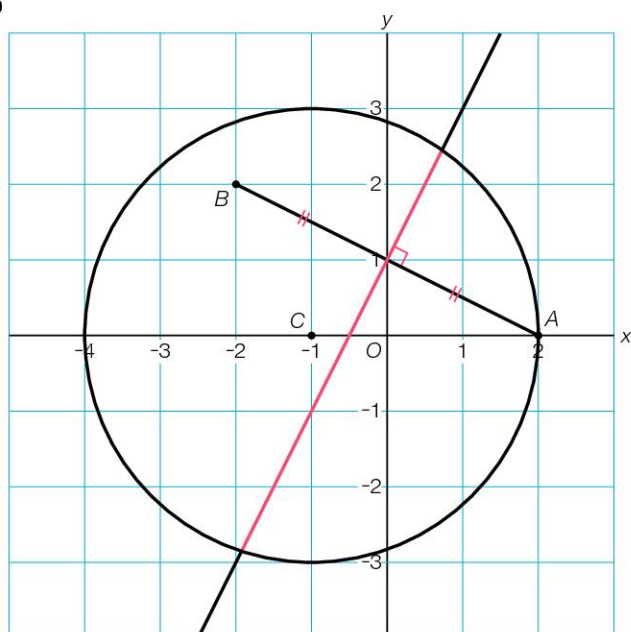
1 a,b



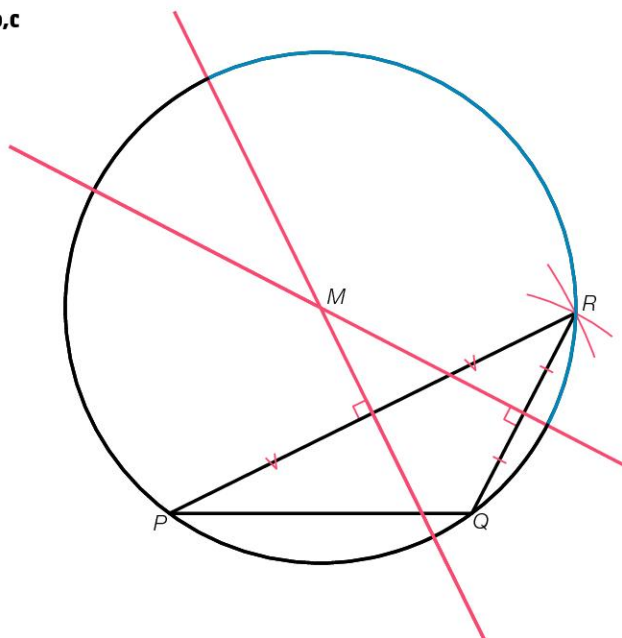
2 a,b



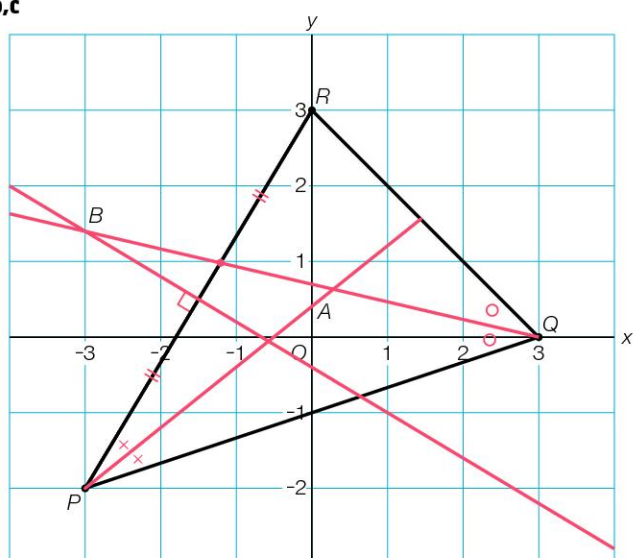
3 a,b



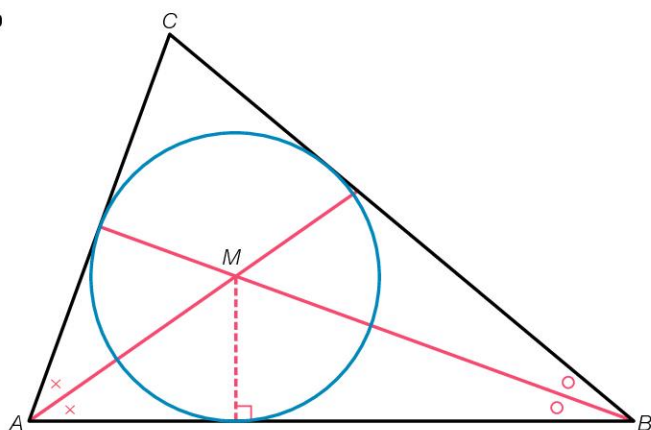
4 a,b,c



5 a,b,c



6 a,b



- 7 a** diameter = $85 + 2 \cdot 2 = 89$ m
 omtrek buitenste hek = $\pi \cdot 89 \approx 279,60$ m
b diameter = 85 m
 omtrek binnenste hek = $\pi \cdot 85 = 267,03\dots$ m
 Meneer Boomsma wandelt $5000 : 4 = 1250$ meter.
 Dat zijn $1250 : 267,03\dots \approx 4,7$ rondjes, dus 4 hele rondjes.

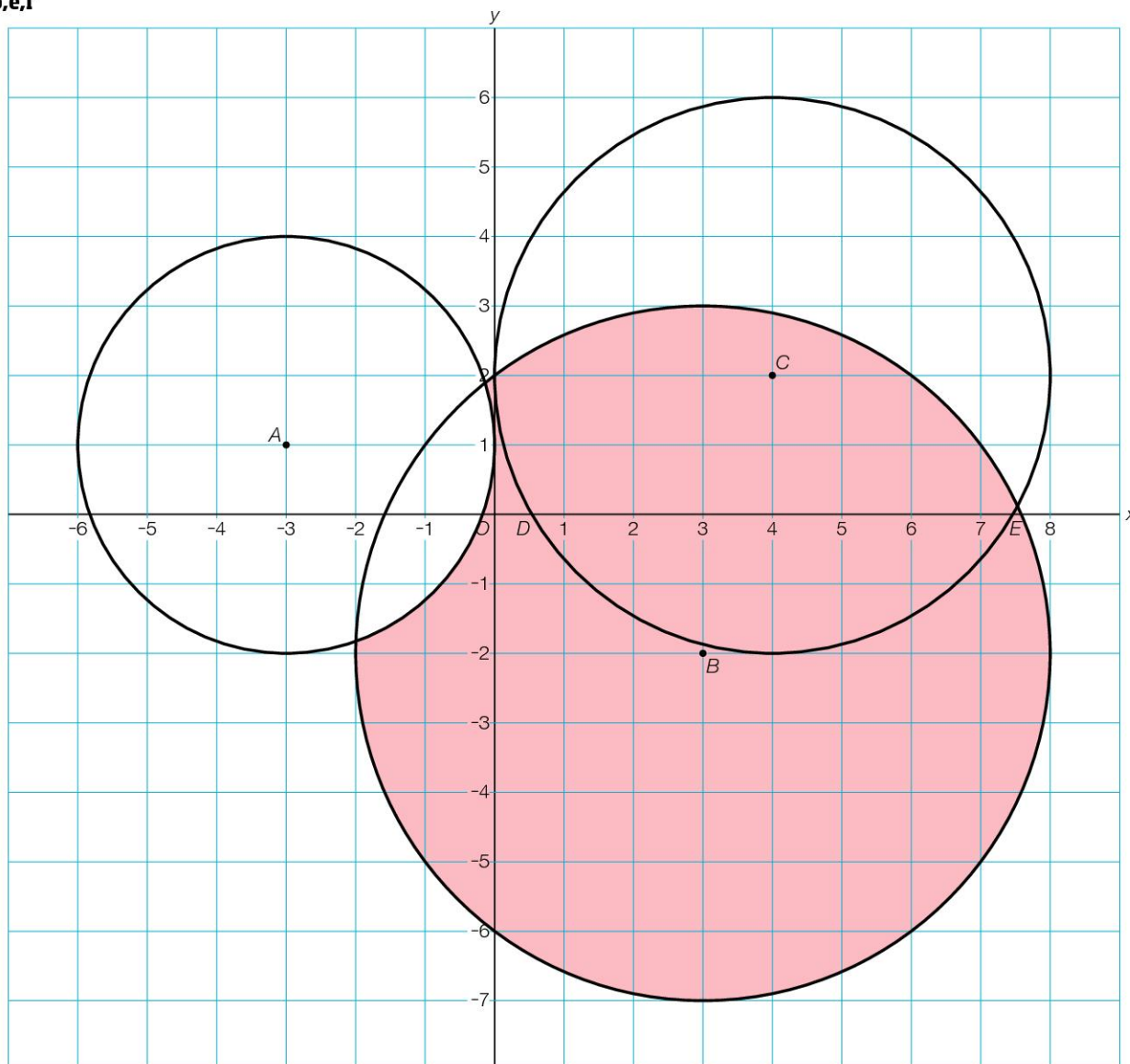
Bladzijde 83

- 8 a** De lengte van de twee rechte stukken is $400 - \pi \cdot 73 = 170,66\dots$ meter.
 Dus de lengte van een recht stuk is $170,66\dots : 2 \approx 85,3$ meter.
b oppervlakte = $85,3\dots \cdot 73 + \pi \cdot 36,5^2 = 10414,6\dots \text{ m}^2$
 Hij is $10414,6\dots : 36 \approx 289$ minuten aan het maaien, dat is 4 uur en 49 minuten.
c De lengte is $2 \cdot 80 + \frac{29}{360} \cdot \pi \cdot 160 \approx 200,5$ meter.
d oppervlakte = $\frac{29}{360} \cdot \pi \cdot 80^2 \approx 1619,7 \text{ m}^2$
- 9 a** oppervlakte = $32 \cdot 29 = 928 \text{ mm}^2$
b oppervlakte = $25 \cdot 39 = 975 \text{ mm}^2$
- 10** opp $ABCD = 8 \cdot 4 = 32 \text{ cm}^2$
 Maar ook opp $ABCD = 5 \cdot \text{bijbehorende hoogte} = 32 \text{ cm}^2$.
 Dus de bij zijde BC horende hoogte is $32 : 5 = 6,4$ cm.
- 11 a** oppervlakte = $\frac{1}{2}(18 + 46) \cdot 24 = 768 \text{ mm}^2$
b oppervlakte = $\frac{1}{2}(10 + 40) \cdot 30 = 750 \text{ mm}^2$
- 12 a** opp $ABCDE = \frac{1}{2}(20 + 24) \cdot 18 + \frac{1}{2}(6 + 18) \cdot 16 = 588 \text{ mm}^2$
b opp $PQRS = \frac{1}{2} \cdot 34 \cdot 20 = 340 \text{ mm}^2$

Herhaling

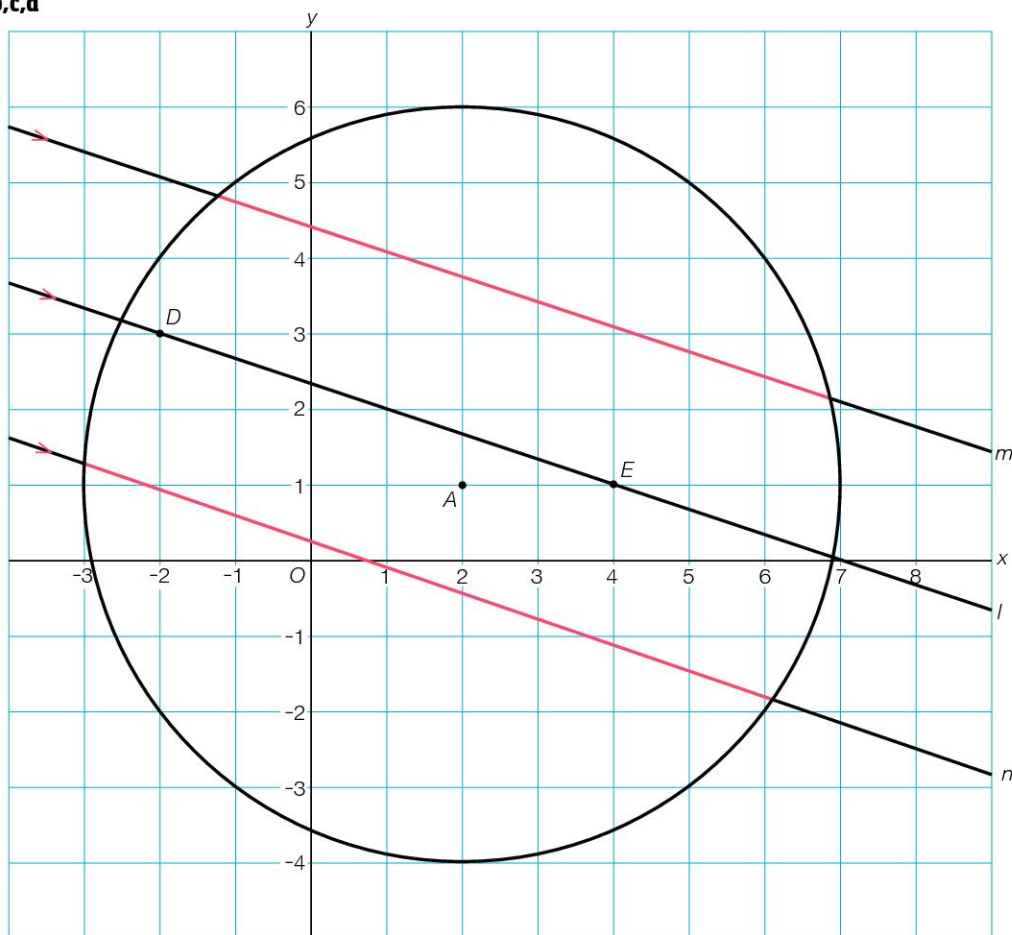
Bladzijde 84

1 a,b,e,f

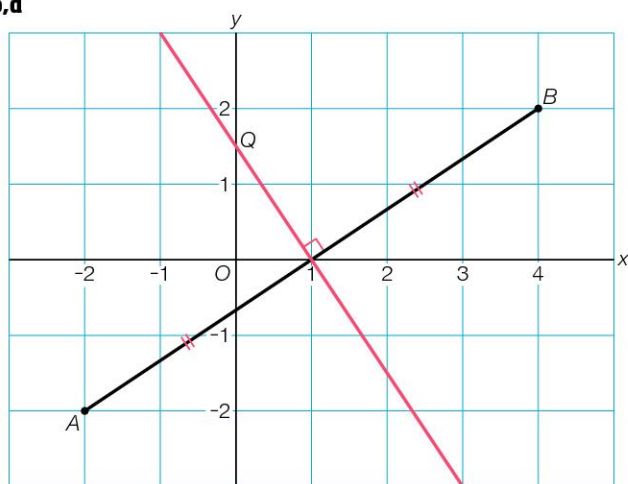


- c Deze punten liggen in het buitengebied van $\odot(A, 3)$.
- d Deze punten liggen in het binnengebied van $\odot(B, 5)$.

2 a,b,c,d

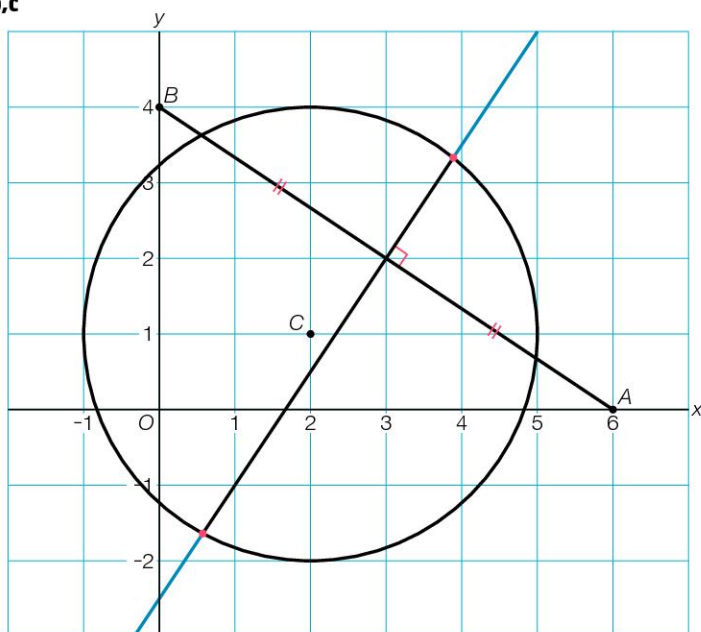


3 a,b,d

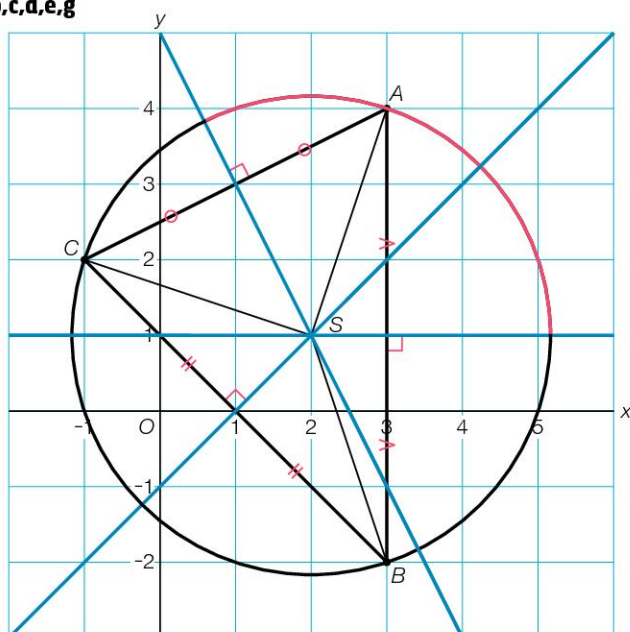


c De afstand van dat punt tot A is gelijk aan de afstand van dat punt tot B .

4 a,b,c



5 a,b,c,d,e,g

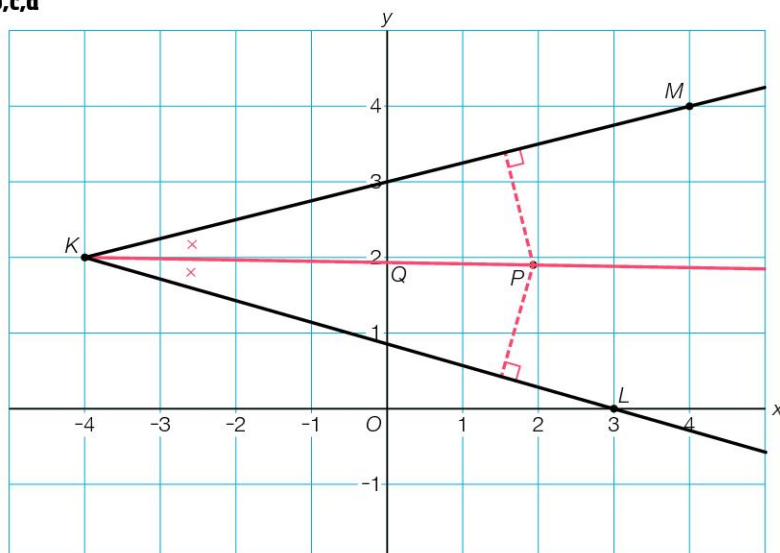


d Ja, $SA = SB = SC$.

f Deze cirkel heet de omgeschreven cirkel van $\triangle ABC$.

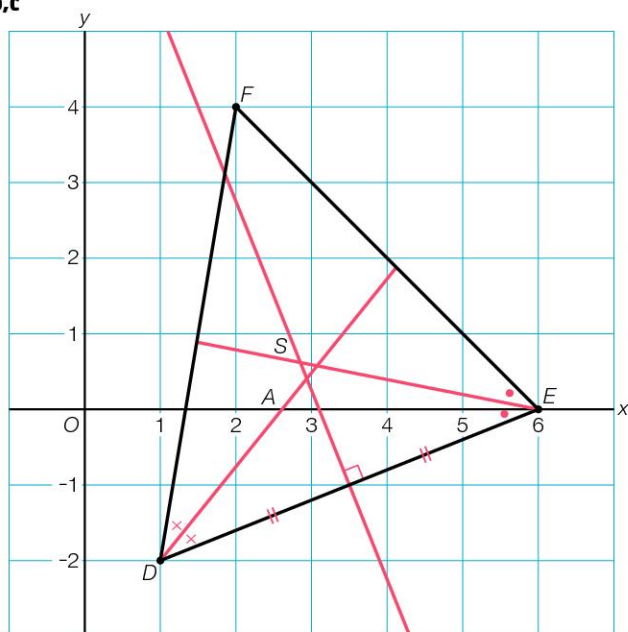
Bladzijde 85

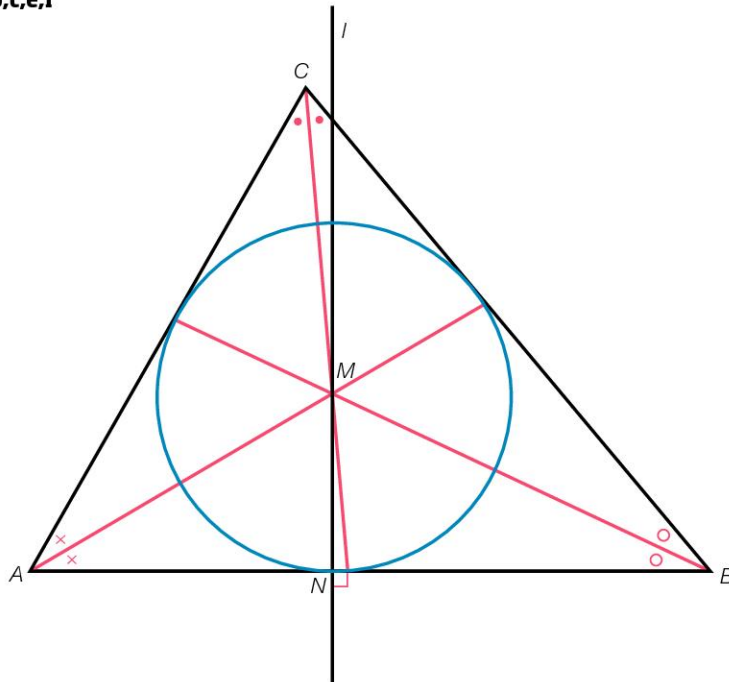
6 a,b,c,d



- c** De afstand van het getekende punt P tot het been KM is 15 mm en de afstand van P tot het been KL is ook 15 mm.
- d** Deze halve lijn is de bissectrice van $\angle K$.

7 a,b,c



8 a,b,c,e,f

- d** M ligt even ver van AB als van AC als van BC .
g Deze cirkel heet de ingeschreven cirkel van $\triangle ABC$.

- 9 a** diameter paarse cirkel = 40 mm
b omtrek paarse cirkel = $\pi \cdot 40 \approx 125,7$ mm
c diameter blauwe cirkel = $40 - 2 \cdot 6 = 28$ mm
d omtrek blauwe cirkel = $\pi \cdot 28 \approx 88,0$ mm

Bladzijde 86

- 10 a** diameter = $120 + 2 \cdot 8 = 136$ m
 lengte pad = omtrek cirkel = $\pi \cdot 136 = 427,25... \approx 427$ m
b Tim loopt $6 : 2 = 3$ km = 3000 m.
 Hij heeft $3000 : 427,25... \approx 7$ gehele ronden gemaakt.
- 11 a** straal = $38 : 2 = 19$ mm
b oppervlakte cirkel = $\pi \cdot 19^2 = 1134,11... \approx 1134,1$ mm²
c $38^2 - 1134,11... = 309,88... \text{ mm}^2$
 Elk geel gebied heeft een oppervlakte van $309,88... : 4 \approx 77,5$ mm².

- 12 a** diameter grote cirkel = 36 mm
 diameter kleine cirkels = 18 mm
b omtrek = $2 \cdot 40 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 18 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 36 \approx 193,1$ mm
c oppervlakte = $40 \cdot 36 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 18^2 \approx 1948,9$ mm²

- 13 a** oppervlakte = $\frac{118}{360} \cdot \pi \cdot 8^2 \approx 66$ cm²
b omtrek = $2 \cdot 8 + \frac{118}{360} \cdot \pi \cdot 16 \approx 32,5$ cm = 325 mm

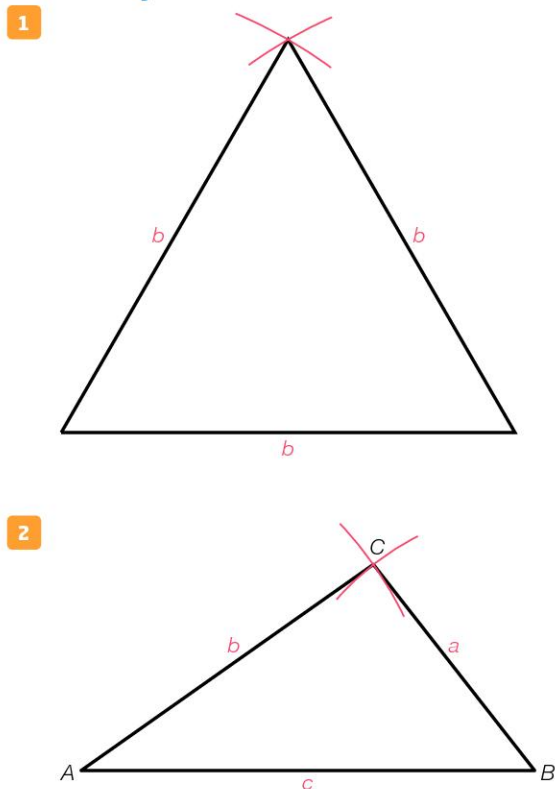
Bladzijde 87

- 14** oppervlakte figuur a = $32 \cdot 17 = 544$ mm²
 oppervlakte figuur b = $20 \cdot 40 = 800$ mm²
- 15 a** opp $PQRS = 6 \cdot 9 = 54$ cm²
b opp $PQRS = 10 \cdot \text{bijbehorende hoogte} = 54$ cm²
 Dus de bij QR horende hoogte is $54 : 10 = 5,4$ cm.

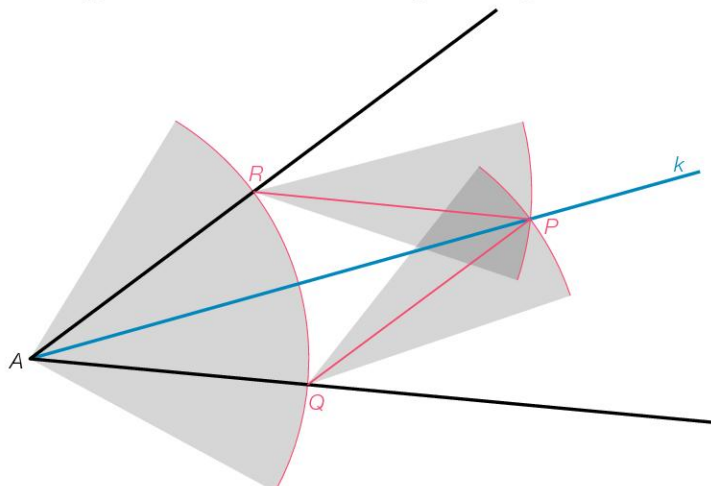
- 16** a oppervlakte = $\frac{1}{2}(20 + 50) \cdot 25 = 875 \text{ mm}^2$
 b oppervlakte = $\frac{1}{2}(16 + 41) \cdot 31 = 883,5 \text{ mm}^2$
 c oppervlakte = $\frac{1}{2}(17 + 38) \cdot 28 = 770 \text{ mm}^2$
- 17** a Vierhoek $PQRS$ is een vlieger omdat één van de diagonalen symmetrieas is, namelijk PR .
 b opp $PQRS = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 22 = 440 \text{ mm}^2$
 c opp $ABCDE = 38 \cdot 25 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 25 - \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 17 = 734,5 \text{ mm}^2$
 opp $KLMNO = 40 \cdot 28 - \frac{1}{2} \cdot 19 \cdot 22 = 911 \text{ mm}^2$

Onderzoek Construeren

Bladzijde 88



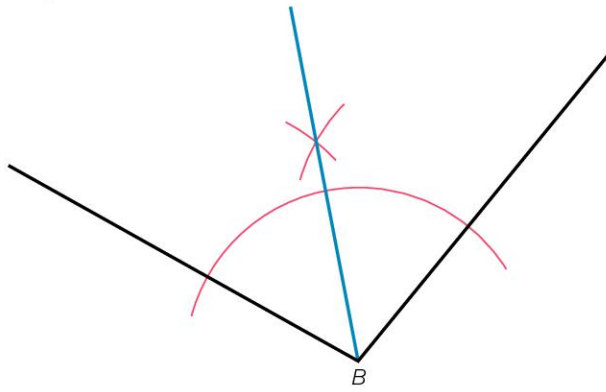
- 3** a Teken een cirkelboog met middelpunt A en een willekeurige straal. Deze cirkel snijdt de benen van $\angle A$ in de punten Q en R . Teken vervolgens een cirkelboog met middelpunt Q en straal AQ en een cirkelboog met middelpunt R en straal AQ . Het snijpunt van deze twee cirkelbogen is het punt P .
 b



$AQ = QP = PR = AR$, dus vierhoek $AQPR$ is een ruit.

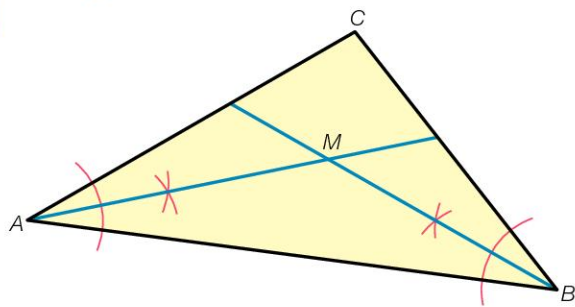
- c** Uit de eigenschap van de ruit *De diagonalen delen de hoeken middendoor*, volgt dat k de bissectrice van $\angle A$ is.

d



Bladzijde 89

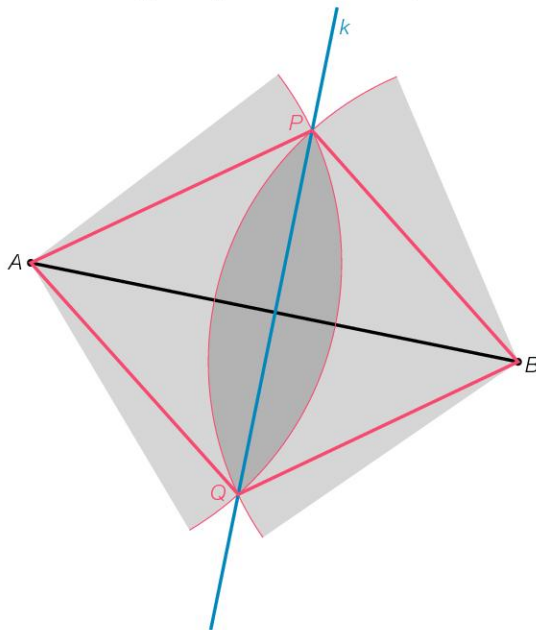
4



5

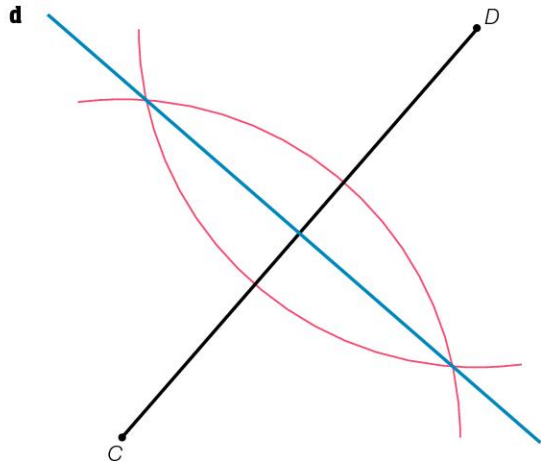
- a** Teken een cirkelboog met middelpunt A en een straal groter dan de helft van de lengte van AB .
Teken een cirkelboog met middelpunt B en die dezelfde straal heeft als de andere getekende cirkelboog.
De cirkelbogen snijden elkaar in de punten P en Q .

b

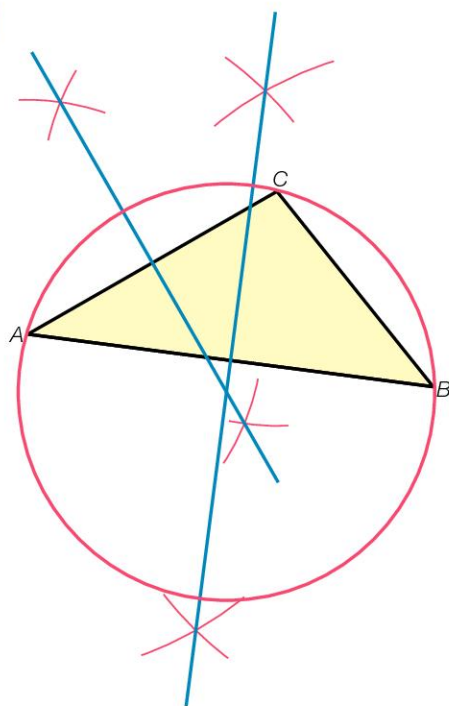


$AQ = BQ = BP = AP$, dus vierhoek $AQB P$ is een ruit.

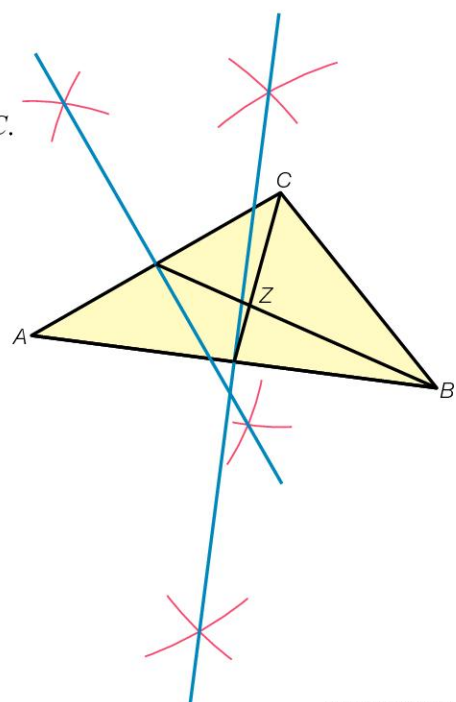
- c** Uit de eigenschappen van de ruit *De diagonalen delen elkaar middendoor. en De diagonalen staan loodrecht op elkaar.* volgt dat k de middelloodlijn van lijnstuk AB is.



6

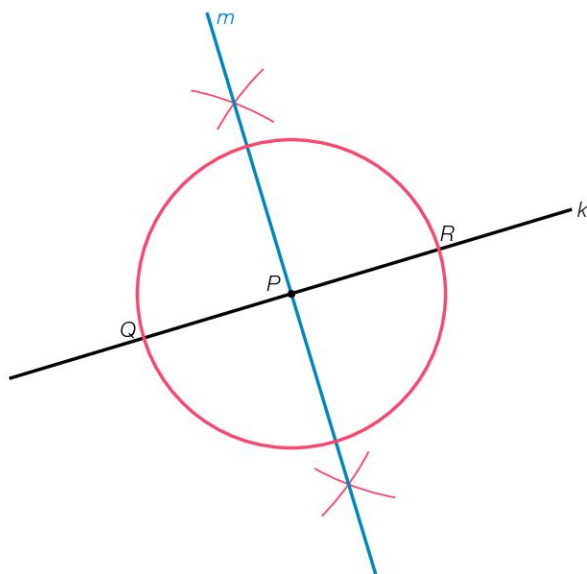


- 7** Construeer de middelloodlijnen van de zijden AB en AC . Deze middelloodlijnen gaan door de middens van AB en AC . Daarmee kun je de zwaartelijnen uit C en B tekenen. Het snijpunt van deze zwaartelijnen is het zwaartepunt Z van $\triangle ABC$.



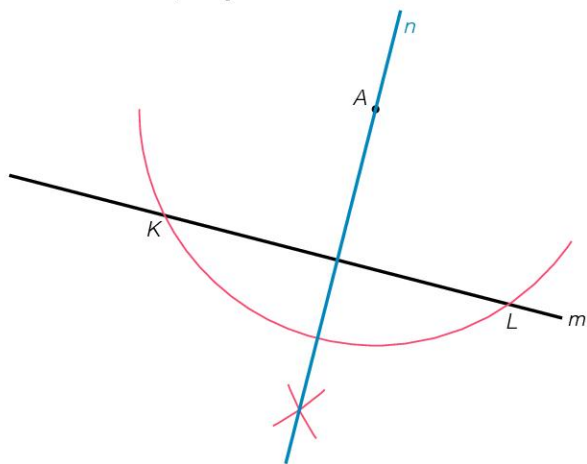
Bladzijde 90

- 8 P is het midden van lijnstuk QR , dus construeer de middelloodlijn m van lijnstuk QR . m gaat door het midden P van QR en staat loodrecht op QR en dus loodrecht op k .

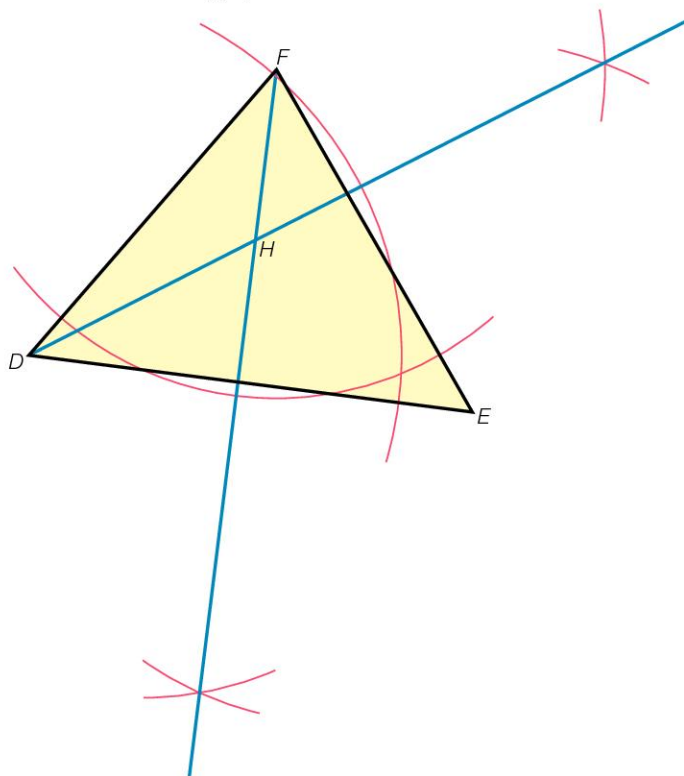


9 Aanpak

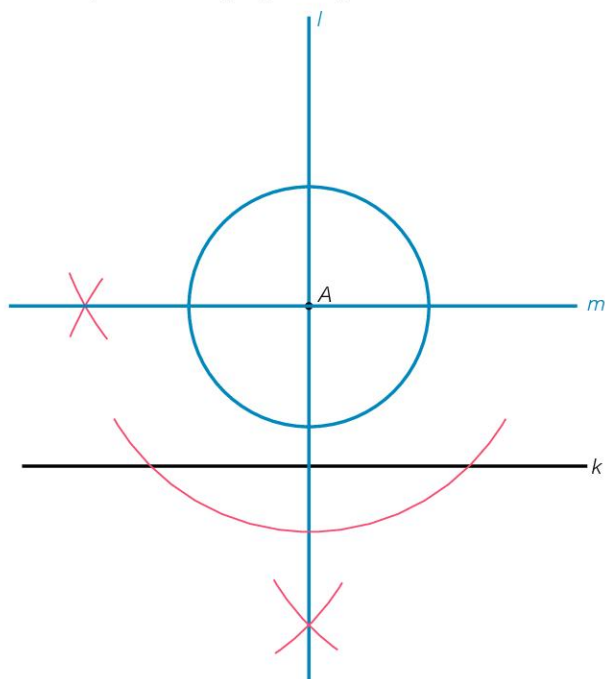
- Teken een deel van een cirkel met middelpunt A en een straal zo, dat de cirkel de lijn m in de punten K en L snijdt.
- Construeer de middelloodlijn van lijnstuk KL met cirkelbogen met middelpunten K en L en straal AK .
- Op deze manier gaat de middelloodlijn van lijnstuk KL door A , en heb je dus lijn n door A loodrecht op m geconstrueerd.



- 10** Construeer op de manier van opgave 9 de lijn door D loodrecht op EF en de lijn door F loodrecht op DE . Je hebt zo twee hoogtelijnen van $\triangle DEF$ geconstrueerd. Het snijpunt hiervan is het hoogtepunt H van $\triangle DEF$.



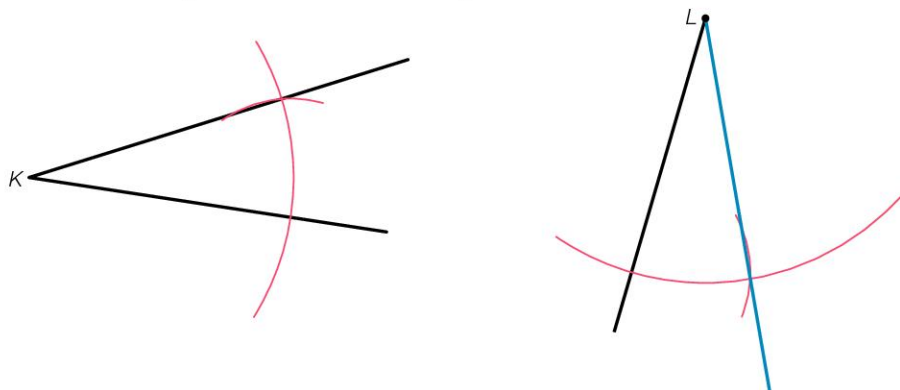
- 11** Construeer op de manier van opgave 9 de lijn l door A loodrecht op k . Construeer op de manier van opgave 8 de lijn m door A loodrecht op l . Nu is lijn m evenwijdig met lijn k .



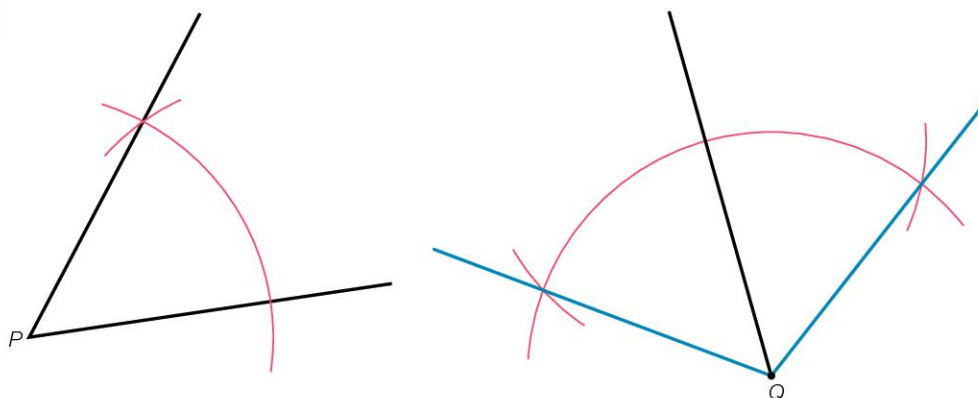
Bladzijde 91

12 Constructie in figuur 2.104

- Teken een cirkelboog met middelpunt A en een willekeurige straal. De cirkelboog snijdt de benen van $\angle A$ in de punten P en Q .
- Teken een cirkelboog met middelpunt C en straal AP . Deze cirkelboog snijdt de halve lijn met eindpunt C in het punt R .
- Teken een cirkelboog met middelpunt R en straal PQ . Deze cirkelboog snijdt de cirkelboog van de vorige stap in het punt S .
- Teken de halve lijn met eindpunt C door S .
- Je hebt $\angle C$ geconstrueerd waarvoor geldt $\angle C = \angle A$.



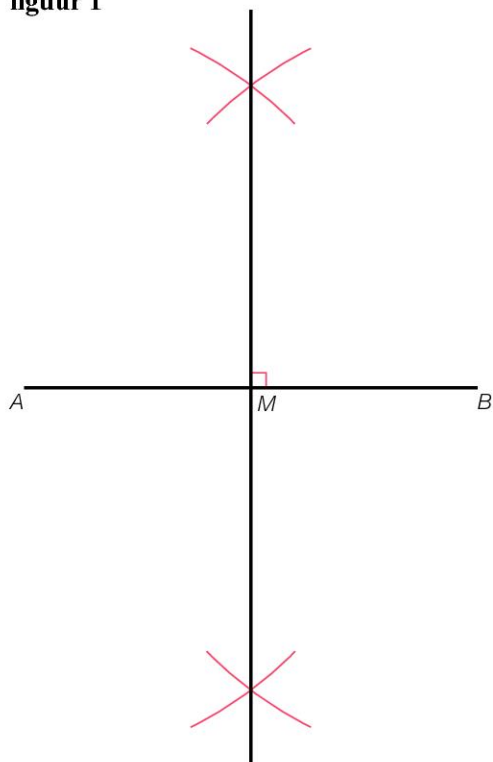
13



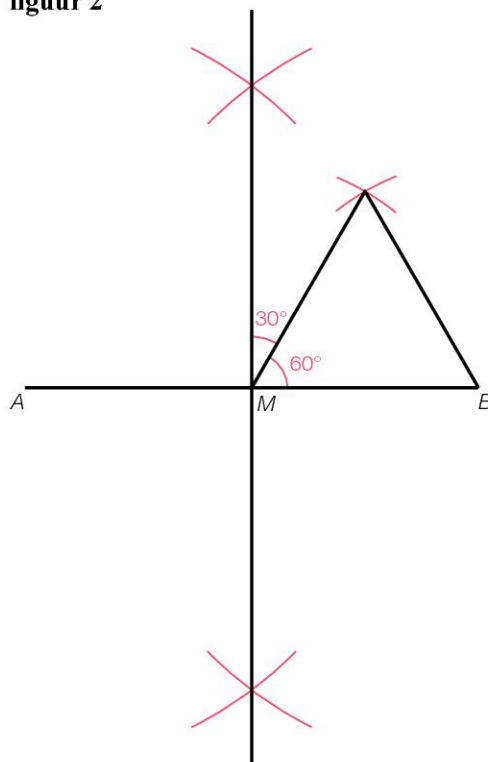
14 Aanpak

- Teken een lijnstuk AB en construeer hiervan de middelloodlijn m . Zo krijg je een hoek M van 90° . Zie figuur 1.
- Construeer een gelijkzijdige driehoek waarvan BM een zijde is.
- In een gelijkzijdige driehoek zijn alle hoeken even groot, ofwel elke hoek is $180^\circ : 3 = 60^\circ$ (hoekensom driehoek). Zo krijg je figuur 2.
- Construeer de bissectrice van de hoek van 30° . Zie figuur 3.
- Je krijgt een hoek van $60^\circ + 15^\circ = 75^\circ$. Zie figuur 4.

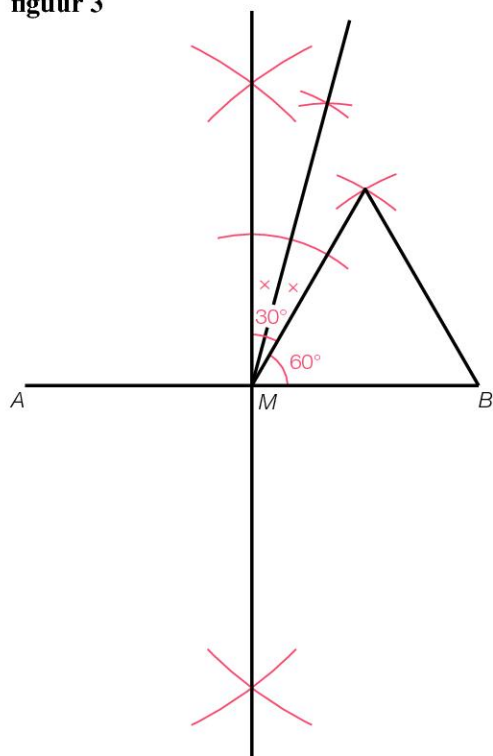
figuur 1



figuur 2



figuur 3



figuur 4

